ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2014/2015 учебный год

Муниципальный этап

9 класс

1. Найдите последнюю цифру числа $2015^2 - 2014^2 - 2013^2$.

2. Известно, что $a+b+c=0$ и $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=-\frac{1}{abc}$.

Найдите а) $a^2+b^2+c^2$; б) $a^4+b^4+c^4$.

3. Существует ли натуральное число, сумма цифр квадрата которого равна произведению 2014·2015?

4. $f(x)=x^2+mx+n$ - квадратичная функция (m и n - целые числа). Известно, что $f(2014)>0$ и $f(2015)>0$. Докажите, что $f(x)>0$ для всех x из отрезка $[2014;2015]$.

5. Точка Q лежит вне окружности μ_1. QA и QB - касательные к окружности (A и B принадлежат μ_1). Через точки A и B проведена вторая окружность μ_2 с центром в точке Q. На дуге AB окружности μ_2, находящейся внутри окружности μ_1, взяли произвольную точку K. Прямая AK пересекает второй раз окружность μ_1 в точке C, а прямая BK - в точке D. Докажите, что CD - диаметр окружности μ_1.

6. Даны 126 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 2014. Для каждой пары этих чисел вычислили разность большего и меньшего. Докажите, что среди этих разностей имеется по крайней мере

а) четыре равных;

б) пять равных.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2014/2015 учебный год

Муниципальный этап

9 класс

1. Найдите последнюю цифру числа $2015^2 - 2014^2 - 2013^2$.

2. Известно, что $a+b+c=0$ и $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=-\frac{1}{abc}$.

Найдите а) $a^2+b^2+c^2$; б) $a^4+b^4+c^4$.

3. Существует ли натуральное число, сумма цифр квадрата которого равна произведению 2014·2015?

4. $f(x)=x^2+mx+n$ - квадратичная функция (m и n - целые числа). Известно, что $f(2014)>0$ и $f(2015)>0$. Докажите, что $f(x)>0$ для всех x из отрезка $[2014;2015]$.

5. Точка Q лежит вне окружности μ_1. QA и QB - касательные к окружности (A и B принадлежат μ_1). Через точки A и B проведена вторая окружность μ_2 с центром в точке Q. На дуге AB окружности μ_2, находящейся внутри окружности μ_1, взяли произвольную точку K. Прямая AK пересекает второй раз окружность μ_1 в точке C, а прямая BK - в точке D. Докажите, что CD - диаметр окружности μ_1.

6. Даны 126 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 2014. Для каждой пары этих чисел вычислили разность большего и меньшего. Докажите, что среди этих разностей имеется по крайней мере

а) четыре равных;

б) пять равных.