

10 класс

Задачи можно решать в любом порядке. Ответы в заданиях необходимо обосновывать.

- 10.1. Найдите все корни уравнения $(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d)$, если известно, что $a + d = b + c = 2015$ и $a \neq c$ (сами числа a, b, c, d не даны).
- 10.2. Вася выбрал некоторое число x и выписал последовательность $a_1 = 1 + x^2 + x^3$, $a_2 = 1 + x^3 + x^4$, $a_3 = 1 + x^4 + x^5$, \dots , $a_n = 1 + x^{n+1} + x^{n+2}$, \dots . Оказалось, что $a_2^2 = a_1 a_3$. Докажите, что для всех $n \geq 3$ выполняется равенство $a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}$.
- 10.3. Какое наименьшее число уголков из 3 клеток нужно покрасить в квадрате 5×5 так, чтобы больше ни одного уголка покрасить было нельзя? (Закрашенные уголки не должны перекрываться.)
- 10.4. Назовем число, большее 25, *полупростым*, если оно является суммой каких-то двух различных простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных натуральных чисел могут оказаться полупростыми?
- 10.5. Пусть AA_1 и CC_1 — высоты остроугольного неравностороннего треугольника ABC , а K , L и M — середины сторон AB , BC и CA соответственно. Докажите, что если $\angle C_1MA_1 = \angle ABC$, то $C_1K = A_1L$.

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 12 декабря, пройдет онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия нужно заранее (за час) зарегистрироваться на портале online.mipt.ru. Разбор проводят составители олимпиады.

Начало разбора для 10 класса в 16-30.

10 класс

Задачи можно решать в любом порядке. Ответы в заданиях необходимо обосновывать.

- 10.1. Найдите все корни уравнения $(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d)$, если известно, что $a + d = b + c = 2015$ и $a \neq c$ (сами числа a, b, c, d не даны).
- 10.2. Вася выбрал некоторое число x и выписал последовательность $a_1 = 1 + x^2 + x^3$, $a_2 = 1 + x^3 + x^4$, $a_3 = 1 + x^4 + x^5$, \dots , $a_n = 1 + x^{n+1} + x^{n+2}$, \dots . Оказалось, что $a_2^2 = a_1 a_3$. Докажите, что для всех $n \geq 3$ выполняется равенство $a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}$.
- 10.3. Какое наименьшее число уголков из 3 клеток нужно покрасить в квадрате 5×5 так, чтобы больше ни одного уголка покрасить было нельзя? (Закрашенные уголки не должны перекрываться.)
- 10.4. Назовем число, большее 25, *полупростым*, если оно является суммой каких-то двух различных простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных натуральных чисел могут оказаться полупростыми?
- 10.5. Пусть AA_1 и CC_1 — высоты остроугольного неравностороннего треугольника ABC , а K , L и M — середины сторон AB , BC и CA соответственно. Докажите, что если $\angle C_1MA_1 = \angle ABC$, то $C_1K = A_1L$.

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 12 декабря, пройдет онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия нужно заранее (за час) зарегистрироваться на портале online.mipt.ru. Разбор проводят составители олимпиады.

Начало разбора для 10 класса в 16-30.