

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

11 класс

1. Является ли число $\underbrace{444\dots4}_{2n \text{ цифр}} - \underbrace{88\dots8}_{n \text{ цифр}}$ полным квадратом для любого

натурального n ?

2. Решите уравнение:

$$\cos^4\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right) + \sin^4\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right) = \sin^{-2}\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right).$$

3. Известно, что на шахматной доске можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга. Школьнику Пете не нравится шахматная раскраска доски, и он раскрасил доску в 32 цвета, так что клеток каждого цвета ровно две. Сможет ли он теперь расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга и стояли на клетках разного цвета?

4. Найдите все тройки натуральных чисел x , y и z таких, что

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 3xyz$$

5. Дана треугольная призма с равносторонним основанием m . Боковые ребра равны стороне основания. Одна из вершин удалена от вершин основания на одинаковые расстояния. Найти наибольший радиус сферы поместившейся внутри призмы.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

11 класс

1. Является ли число $\underbrace{444\dots4}_{2n \text{ цифр}} - \underbrace{88\dots8}_{n \text{ цифр}}$ полным квадратом для любого

натурального n ?

2. Решите уравнение:

$$\cos^4\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right) + \sin^4\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right) = \sin^{-2}\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - |x|}\right).$$

3. Известно, что на шахматной доске можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга. Школьнику Пете не нравится шахматная раскраска доски, и он раскрасил доску в 32 цвета, так что клеток каждого цвета ровно две. Сможет ли он теперь расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга и стояли на клетках разного цвета?

4. Найдите все тройки натуральных чисел x , y и z таких, что

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 3xyz$$

5. Дана треугольная призма с равносторонним основанием m . Боковые ребра равны стороне основания. Одна из вершин удалена от вершин основания на одинаковые расстояния. Найти наибольший радиус сферы поместившейся внутри призмы.