

## 9 класс

1. Для каких натуральных  $n$  существуют два последовательных натуральных числа, сумма цифр каждого из которых делится на  $n$ ?

2. Решите систему уравнений

$$x = \frac{\sqrt{yz}}{y+z}, \quad y = \frac{\sqrt{zx}}{z+x}, \quad z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}.$$

3. Дан квадрат  $ABCD$ . На его сторонах  $AB, BC, CD$  и  $DA$  взяты соответственно точки  $K, L, M$  и  $N$  так, что  $\angle LAM = 45^\circ$ ,  $KL \parallel AM$  и  $MN \parallel AL$ . Докажите, что точки  $K, L, M, N$  и  $A$  лежат на одной окружности.

4. В футбольном турнире участвовало 16 команд и каждая сыграла с каждой один раз. Оказалось, что если какие-то две команды сыграли между собой вничью, то хотя бы одна из них сделала во всем турнире не больше четырех ничьих. Какое максимальное число матчей в таком турнире могло завершиться вничью?

5. Веселый шахматный король обошел по шахматным правилам доску  $5 \times 5$ , побывав на каждом поле ровно один раз, и вернулся в исходную клетку. При этом король ни разу не сделал два хода подряд в одном направлении. Докажите, что траектория движения короля хотя бы раз пересекла сама себя.