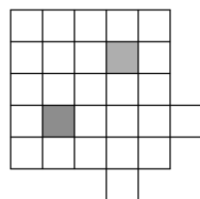


Задачи и решения.

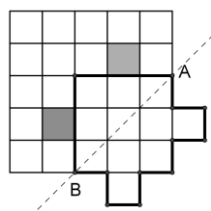
5 класс

1. Из бумаги вырезали квадрат 5×5 клеток. В нем вырезали две клетки и приклеили их так, как показано на рисунке. Как полученную фигуру, изображённую на рисунке, разрезать на две части и сложить квадрат (клетки, закрашенные в черный цвет, отсутствуют)? Резать можно только по линиям клеток. Указать два различных способа.



Решение.

Одно из разрезов на два клетчатых многоугольника (для простоты фигуры) показано на рисунке справа. Для сборки квадрата нужно фигуру из 11 клеток отразить



симметрично прямой АВ или симметрично отразить относительно середины отрезка АВ. Для получения другого способа можно любую из крайних клеток, пересекающих отрезок АВ, или обе перевести из одной фигуры в другую.

Замечание. Вопрос о том, сколько приведено решений, зависит от ответа на вопрос, какие способы считать различными.

Критерии проверки.

Указан только один способ: 3 балла.

Указано не менее двух способов: 7 баллов.

Если не показано как собирать квадрат (– 1) балл.

2. Укажите наименьшее число, оканчивающееся на 37 с суммой цифр равной 37 и делящееся на 37.

Ответ: 99937.

Решение. Число тем меньше, чем меньше знаков требуется для его записи. Два знака – это две последние цифры, их сумма 10. Значит, сумма остальных цифр – 27, и их не менее трёх, поскольку наибольшая цифра 9. Таким образом число 99937 удовлетворяет трём требованиям из четырёх. Осталось проверить, что оно кратно

37. 99937:37=2701.

Критерии проверки.

Дан ответ без обоснований: 2 балла.

3. Есть 9 монет разного веса. Детектор Л5 за одну операцию исследует 5 монет и указывает на самую лёгкую из них. Как за пять операций найти четыре самые тяжёлые монеты?

Решение. После каждой операции откладываем в сторону найденную при этой операции лёгкую монету и больше её не используем. В итоге получим 5 монет, которые были лёгкими. Оставшиеся 4 и есть искомые, так как ни одна из них не может быть результатом операции.

Критерии проверки.

Указан правильный способ, но без обоснования правильности: 4 балла .

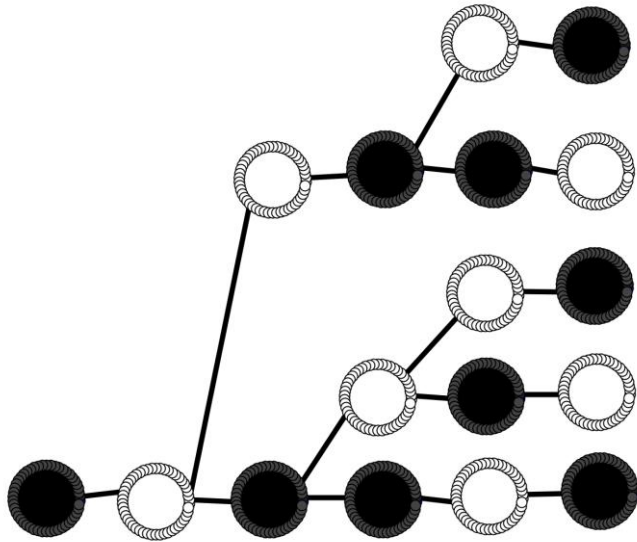
Разбирается конкретный только пример: 0 баллов.

4. Вася должен посадить в ряд 6 деревьев. Каждое посаженное дерево - это берёза или дуб. Посадка должна удовлетворять условию: рядом с каждым деревом одного вида должно быть дерево другого вида. Сколькими различными способами Вася может выполнить посадку? Два способа различны, если найдётся место, где растут деревья разных видов.

Решение. Заметим, что, поменяв вид каждого посаженного дерева на другой, мы получаем ещё один способ. Два таких способа назовём дополнительными. Таким образом, достаточно посчитать число таких пар. Какое дерево сажать крайним полностью определяется его соседом. Поэтому достаточно определить число способов посадить 4 центральных дерева (без двух крайних). Одного вида можно посадить только два дерева подряд (пара). Таких пар может быть максимум две($4:2=2$), и они определяют 1 способ. Одна такая пара имеет три возможных положения. Два скраю и одно в центре и получаем ещё 3 способа. И пар одного вида нет. Последний способ. Всего 5 способов. Но их количество нужно удвоить, и ответ 10 способов.

Другое решение.

Будем изображать деревья одного типа тёмными кружочками, а другого - светлыми кружочками. И начнём строить дерево способов посадки, начиная с чёрного кружочка. См. рис.



Ясно, что получилось 5 способов. Но это число нужно удвоить, так как на место чёрных кружков можно сажать берёзы, а белых - дубы, и наоборот.

Критерии проверки.

Указаны 3 - 4 способа посадки: 1 балл .

Указаны 5 - 6 способов посадки: 2 балла.

Указаны 7 - 9 способов посадки: 3 балла.

Указаны все способы, но не объяснено, что других способов нет: 5 баллов.

5. Дарья Ивановна и Марья Петровна купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает им на 3 чашки или на 4 чашки чая. Дарья Ивановна выпила 74 чашки чая, а Марья

Петровна 105 чашек чая. Докажите, что они либо ошиблись в подсчётах чашек чая, либо количество пакетиков чая в коробках было различным.

Решение. Так как $105 - 74 = 26$, то на столько чашек Марья Петровна выпила больше, чем Дарья Ивановна, а так как $4 - 3 = 1$, то она использовала на 26 пакетиков больше, чем Дарья Ивановна. Значит, в коробке чая не менее 26 пакетиков, но тогда Дарья Ивановна должна выпить не менее $3 \times 26 = 78$ чашек, что больше 74, которые она выпила, а это значит, что где-то была ошибка.

Другое решение. Так как $3 \times 25 = 75 > 74$, то пачек чая в коробке не более 24. Так как $4 \times 26 = 104 < 105$, то в коробке не менее 27 пачек чая. Если бабушки считали верно, то в коробках было различное количество пачек чая.

Критерии проверки.

Получена оценка на число пакетиков только в одну сторону: 2 балла.