

Задания для муниципального тура Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2016/2017 учебном году

Ответы и решения

7 класс

1. Ответ. Можно.

Решение. Первым взвешиванием можно получить 13 кг песка, если на одну (левую) чашку весов положить гирю и, отсыпая песок из правой чашки на левую, уравновесить весы. Действительно, из уравнения $3 + x = 23 - x$ получим $x = 10$, т.е. на чашке с гирей будет 10 кг песка. Затем, разделим 10 кг песка пополам по 5 кг. Последним взвешиванием получим 1 кг, если на левую чашку положим гирю, а на другую 5 кг песка и затем отсыпая на левую чашку для равновесия ровно 1 кг.

2. Ответ. Нет, неверно.

Решение. Приведем пример:

			0
	0	0	0
	0		
0	0		0

3. Ответ. 30 чисел.

Решение. Пусть \overline{xuz} – любопытное трехзначное число. Тогда число

$$A = \overline{xuz} - (x + y + z) = 100x + 10y + z - (x + y + z) = 9(11x + y)$$

делится на 9 и состоит из одинаковых цифр, причем $100 - 27 \leq A \leq 999 - 1$. Таким образом, A может равняться либо 99, либо 333, либо 666.

В случае $A = 99$ имеем $11x + y = 11$, тогда $x = 1$, $y = 0$, z – любая цифра, т.е. в этом случае есть 10 любопытных чисел: 100, 101, ..., 109.

В случае $A = 333$ получаем $11x + y = 37$, тогда последовательно определяем цифры: $x = 3$, $y = 4$, z – любая цифра, т.е. и в этом случае есть 10 любопытных чисел.

В случае $A = 666$ имеем $11x + y = 74$, и тогда $x = 6$, $y = 8$, z – любая цифра, опять имеем 10 любопытных чисел.

4. Ответ. 11.

Решение. Обозначим длины сторон маленьких прямоугольников переменными x, y, z, t так, как это указано на рисунке. Тогда

x	8		?
t	10	16	13
	y		z

$$\begin{cases} 2(x + y) = 8 \\ 2(t + y) = 10 \\ 2(t + z) = 13 \end{cases}$$

Заметим, что $2(x+y) - 2(t+y) + 2(t+z)$ с одной стороны равно 11, с другой – $2(x+z)$, что как раз и является выражением периметра искомого прямоугольника.

5. Ответ. Больше запланированного.

Решение. Пусть s – длина дистанции, v – первоначально запланированная скорость.

Тогда запланированное время равно $\frac{s}{v}$, а реальное время равно $\frac{s}{2 \cdot 1,25v} + \frac{s}{2 \cdot 0,8v} = \frac{s}{v} \cdot \frac{41}{40} > \frac{s}{v}$.