

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
2016-2017 УЧЕБНЫЙ ГОД

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

7 КЛАСС

Общее количество баллов **35**. Решение каждой задачи оценивается Жюри из 7 баллов в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной центральной предметно-методической комиссией:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако решение содержит ошибки, либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
3-4	Верно рассмотрен один из существенных случаев.
2	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии правильного решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

1. Четверо детей собирают красивые камушки. У Коли было 70 камушков, у Ани – 30, у Пети – 21, у Дениса – 45. Дети менялись камушками по договоренности (за один отдавали один, или два, или три). Могло ли в результате обмена у них оказаться поровну камушков?

**Ответ:** нет.

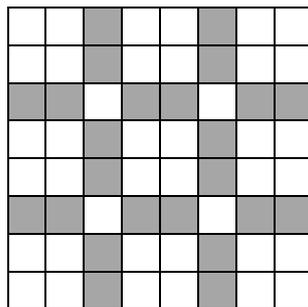
**Решение.** Общее число камушков, равное  $70 + 30 + 21 + 45 = 166$ , в результате обмена не изменится. Но оно не делится на 4.

**Комментарий.** Ответ без обоснования – 0 баллов. Верный ответ, полученный с помощью рассмотрения примера без доказательства в общем виде – 1 балл, если рассмотрено несколько примеров без доказательства в общем виде – 2 балла.

2. Из листа клетчатой бумаги размером  $8 \times 8$  клеточек по линиям сетки вырезали 12 прямоугольников  $1 \times 2$ . Обязательно ли в оставшейся части можно выделить клетчатый прямоугольник  $1 \times 3$ ?

**Ответ:** нет, необязательно.

**Решение.**



**Комментарий.** Ответ без обоснования – 0 баллов. Верный рисунок является достаточным обоснованием ответа, за отсутствие текстовых пояснений баллы не снимать. Если рисунок отсутствует, но верно и подробно описано, какие прямоугольники надо вырезать, и почему нельзя будет вырезать прямоугольник  $1 \times 3$ , также ставить 7 баллов.

3. У Васи дома живут говорящие тараканы двух видов: чёрные и коричневые. Тараканы одного цвета всегда говорят правду, а тараканы другого цвета говорят, что угодно. Вася посадил на каждую клетку доски  $4 \times 4$  по таракану, и каждый таракан заявил, что все его соседи по стороне коричневые. Докажите, что на доске не могло быть ровно 7 коричневых тараканов.

**Решение.** Предположим противное: на доске 9 чёрных и 7 коричневых тараканов. Если бы чёрные тараканы говорили только правду, они бы не могли сказать «Среди моих соседей – только коричневые», потому что доску можно представить состоящей из восьми «доминошек» и хотя бы одна доминошка полностью занята чёрными тараканами. Значит, правду должны говорить коричневые тараканы. Но если на доске есть чёрные и коричневые тараканы, то в каком-то месте они обязательно соседствуют, и у коричневого таракана есть чёрный сосед. Поэтому данный коричневый таракан не может сделать нужное заявление.

**Комментарий.** Если доказано, что чёрные тараканы лгут – 4 балла. Если доказано, что не все коричневые тараканы могут сказать «Среди моих соседей – только коричневые» – 3 балла.

4. Дима записал свой цифровой пароль шифром: П, АР, АК, РУ, СС. Ключ к шифру: разные цифры обозначены разными буквами, а одинаковые цифры – одинаковыми буквами, две буквы рядом означают двузначное число, числа отделены запятой, разность любых двух соседних чисел равна одному и тому же числу (из правого числа вычитается левое число). Восстановите пароль.

**Ответ:** 5, 12, 19, 26, 33.

**Решение.** Все эти числа можно определить, если знать первое число и разность  $d$  двух соседних. У второго и третьего чисел совпадают первые цифры, то есть они находятся в одном десятке, и их разность, равная  $d$ , не превосходит 9. А значит, прибавив  $d$  к первому (однозначному) числу, мы можем получить только двузначное число, начинающееся на 1, то есть  $A = 1$ . Аналогично,  $P = 2$ ,  $C = 3$ , так как в этих случаях тоже к двузначному числу прибавляется число, не превосходящее 9, и первая цифра увеличивается на 1. Получаем запись: П, 12, 1К, 2У, 33.

Заметим, что  $1К - 12 = 2У - 1К = 33 - 2У = d$ . Сложив эти равенства, получим:  $33 - 12 = 3d$ ,  $d = 7$ . Мы восстановили последнее число и разность. Дальше легко восстановить запись: 5, 12, 19, 26, 33.

**Комментарий.** За нахождение цифр А, Р, С по 1 баллу за каждую цифру. За нахождение разности  $d$  – 3 балла, за окончательный ответ 1 балл, баллы суммируются. Если верный ответ найден подбором и не доказана его единственность – 5 баллов. При этом если обоснована запись: П, 12, 1К, 2У, 33, а дальше использован подбор – 6 баллов.

5. Маша много разговаривала по телефону с подружками, и заряженный аккумулятор разрядился ровно через сутки. Известно, что зарядки хватает на 5 часов разговора или на 150 часов ожидания. Сколько времени разговаривала с подружками Маша?

**Ответ:**  $126/29$  часа.

**Решение.** За час разговора аккумулятор разряжается на  $1/5$ , а за час ожидания – на  $1/150$  часть своей ёмкости. Пусть для того, чтобы аккумулятор разрядился через сутки, надо проговорить  $x$  часов. Тогда в состоянии ожидания он будет  $24 - x$  часов, и выполнено равенство  $x/5 + (24 - x)/150 = 1$ . Находя из этого равенства  $x$ , получаем ответ.

Возможен и арифметический способ решения. За каждый час телефон автоматически разряжается на  $1/150$  часть своей ёмкости. Тогда за час разговора он дополнительно разряжается на  $1/5 - 1/150 = 29/150$  части своей ёмкости. За сутки аккумулятор телефона автоматически разрядился на  $24/150$  части своей ёмкости, а остальная часть ёмкости  $1 - 24/150 = 126/150 = 21/25$  была потрачена на разговоры. Поэтому Маша разговаривала  $\frac{21}{25} / \frac{29}{150} = \frac{126}{29}$  часа.

**Комментарий.** Верно составлено уравнение, но оно не решено, или обоснованно найдена часть ёмкости аккумулятора, на которую он автоматически разрядился за сутки – 5 баллов. За арифметические ошибки при верных рассуждениях снижать на 1–3 балла.