

Математика, 7 класс, муниципальный этап

Решения и указания по проверке

Каждая задача оценивается из 7 баллов в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной центральной предметно-методической комиссией по математике.

Все решения, если не указано противное, требуют обоснования.

Если решения нет, то независимо от продвижения, ставить не более 3 баллов.

Если решения не совпадают с приведенными, читайте внимательно!

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

1. На восьми карточках написаны числа 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4. Можно ли положить эти карточки в ряд так, чтобы между единицами лежала одна карточка, между двойками – две, между тройками – три, а между четверками – ровно четыре карточки?

Ответ: Да.

Решение: Например, так: 4 1 3 1 2 4 3 2.

Указания по проверке:

Оценку может быть только две: 0 баллов или 7 баллов.

2. Первые две цифры четырехзначного числа либо меньше 5 каждая, либо больше 5 каждая. Про последние 2 цифры можно сказать то же самое. Сколько всего таких чисел?

Ответ: 1476.

Решение:

Если первые 2 цифры меньше 5, то это дает $4 \cdot 5 = 20$ вариантов, а если больше 5, то $4 \cdot 4 = 16$ вариантов.

Если последние 2 цифры меньше 5, то это дает $5 \cdot 5 = 25$ вариантов, а если больше 5, то $4 \cdot 4 = 16$ вариантов.

Всего вариантов: $(20 + 16) \cdot (25 + 16) = 1476$.

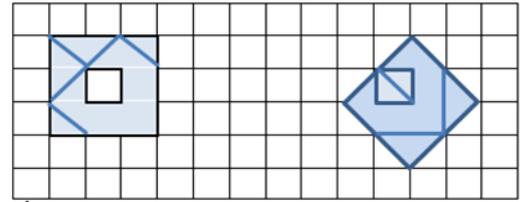
Указания по проверке:

Ответ без обоснования – 0 баллов. Ошибку при счете штрафовать на 2-3 балла.

3. Разрежьте квадрат 3×3 без центральной клетки на 5 частей, из которых складывается квадрат?

Решение:

Решение на рисунке. На левом фрагменте – разрезание. На правом – схема сборки нового квадрата.



Указания по проверке:

Если решение выполнено по клеточкам, то обоснования правильности разрезания и сборки не требуется.

Если схема не по клеточкам, то очень вероятны ошибки. Будьте внимательны!

4. На прямую между псом в будке и котом положили кило сосисок, и животные одновременно бросились к ним. Кот бежит вдвое быстрее пса, а ест – вдвое медленнее. Добежав до сосисок, оба ели без драки, и съели поровну. Известно, что кот мог бы съесть все сосиски за одну минуту, а также пробежать от места старта до будки пса тоже за одну минуту. К кому ближе положили сосиски, и во сколько раз?

Ответ: к псу в 1,4 раза ближе, чем к коту.

Решение:

Обозначим через v – скорость бега пса, через u – скорость поедания сосисок котом, а объем съеденных сосисок каждым животным обозначим за 1.

Тогда, $2v$ – скорость бега кота, $2u$ – скорость поедания сосисок псом.

Пусть расстояние от кота до сосисок было x , а от будки пса до сосисок – y .

Общее время от начала движения до окончания поедания сосисок у кота и пса одинаково, т.е. $x/2v + 1/u = y/v + 1/2u$.

По условию, имеем: $2/u = (x + y)/2v$.

Подставляем в первое уравнение вместо $1/u$ и $1/2u$ соответственно $(x + y)/4v$ и $(x + y)/8v$, выраженные из второго равенства,

получаем $x/2v + (x + y)/4v = y/v + (x + y)/8v$.

Умножая на $8v$, имеем: $4x + 2(x + y) = 8y + (x + y)$.

Приводя подобные члены, окончательно имеем: $5x = 7y$, отсюда – ответ.

Указания по проверке:

Ответ без обоснования, но с проверкой – 2 балла.

Ответ без проверки – 1 балл.

5. Имеются монеты в 1, 2, 3 и 5 крузейро, по одной каждого достоинства, которые, если они настоящие, весят соответственно 1, 2, 3 и 5 г. Оказалось, что среди них есть одна фальшивая, которая отличается весом от нормальной (но не известно, тяжелее она или легче настоящей). Как за наименьшее количество взвешивания на чашечных весах без гирь установить фальшивую монету?

Решение:

За одно взвешивание это сделать не удастся. В самом деле, если при взвешивании одна чаша перевесила, это может означать и то, что на ней лежит более тяжелая фальшивая монета, и то, что на другой – более легкая фальшивая монета.

Двух взвешиваний достаточно. Делаем, например, так. Сначала кладем на одну чашу монеты в 2 и 3 крузейро, а на другую – в 5 крузейро. Если весы остались в равновесии, то оставшаяся монета в 1 крузейро – фальшивая.

Если перевесила чаша с монетой 5 крузейро, то это означает, что, либо эта монета фальшивая и она тяжелее 5 г, либо среди монет 2 и 3 одна фальшивая и она более легкая. Разобраться со всеми этими случаями поможет второе взвешивание: на одну чашу весов кладем 1 и 2 крузейро, а на вторую – 3 крузейро. Если какая-то чаша окажется более легкой, на той и фальшивая монета. Заметим, что монета в 1 крузейро – настоящая.

Если перевесила чаша с монетами в 2 и 3 крузейро, то либо среди них одна фальшивая, которая тяжелее настоящих, либо монета в 5 крузейро легче, чем надо. Такое же второе взвешивание, как и в предыдущем случае, решает дело.

Указания по проверке:

Полный разбор одного или двух возможных вариантов – 2 или 3 балла соответственно.

Только правильное первое взвешивание с указанием случаев при всех возможных результатах – 2 балла.

Без анализа возможных случаев – 1 балл.

Отсутствие упоминания, что за одно взвешивание задачу не решить – минус 1 балл.