



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
10 ДЕКАБРЯ 2016 Г. I ТУР 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Квадратный трехчлен $x^2 + px + q$ имеет два различных ненулевых целых корня a и b . Известно, что $a + p$ делится на $q - 2b$. Чему может быть равно число a ? (Приведите все ответы и докажите, что других нет.)

2. Могут ли графики функций $y = ax + b$, $y = ax + c$, $y = bx + a$, $y = bx + c$, $y = cx + a$, $y = cx + b$ содержать стороны и диагонали некоторого четырехугольника?

3. Сто клетчатых фанерных прямоугольников 6×7 распилили по клеточкам на куски, и из всех этих кусков составили несколько фигурок вида  и и несколько фигурок вида . Найдите, при каком наименьшем числе кусков это возможно сделать, если куски можно поворачивать и переворачивать (фигурка может быть составлена из любого числа кусков, в том числе, из одного).

4. В треугольник ABC вписана окружность ω . Известно, что $\angle A = 43^\circ$. Внешние биссектрисы $\angle B$ и $\angle C$ пересекаются в точке D . Из точки D проведена касательная DE к окружности ω . Найдите $\angle BEC$.

5. Последовательность натуральных чисел a_n задана первым членом $a_1 > 2000$ и правилом $a_{n+1} = a_n/2$, если a_n — четное, $a_{n+1} = 3a_n + 1$, если a_n — нечетное. Докажите, что в этой последовательности встретится число, делящееся на 4.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
10 ДЕКАБРЯ 2016 Г. I ТУР 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Квадратный трехчлен $x^2 + px + q$ имеет два различных ненулевых целых корня s и t . Известно, что $s + p$ делится на $q + 2t$. Чему может быть равно число s ? (Приведите все ответы и докажите, что других нет.)

2. Могут ли графики функций $y = ax - b$, $y = ax - c$, $y = bx - a$, $y = bx - c$, $y = cx - a$, $y = cx - b$ содержать стороны и диагонали некоторого четырехугольника?

3. Сто клетчатых фанерных прямоугольников 6×7 распилили по клеточкам на куски, и из всех этих кусков составили несколько фигурок вида  и несколько фигурок вида . Найдите, при каком наименьшем числе кусков это возможно сделать, если куски можно поворачивать и переворачивать (фигурка может быть составлена из любого числа кусков, в том числе, из одного).

4. Стороны AB и AD четырехугольника $ABCD$ являются внешними биссектрисами треугольника BCD . Известно, что $\angle C = 47^\circ$. Из точки A проведена касательная AK к вписанной окружности треугольника BCD . Найдите $\angle BKD$.

5. Последовательность натуральных чисел a_n задана первым членом $a_1 > 1000$ и правилом $a_{n+1} = a_n/2$, если a_n — четное, $a_{n+1} = 3a_n - 1$, если a_n — нечетное. Докажите, что в этой последовательности встретится число, делящееся на 4.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem