

10 класс

Задача 1. Сравните, какое из чисел больше $A = \frac{1}{2015} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2015}$ или $B = \frac{1}{2016} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2016}$

Задача 2. На доске записаны две дроби. Их можно заменить двумя другими дробями, либо одновременно прибавив 1 или -1 к числителю или знаменателю какой-то одной дроби, либо одновременно прибавив 1 или -1 к числителю одной дроби и знаменателю другой дроби, соблюдая условие, что числители и знаменатели не должны стать равны единице. Можно ли такими операциями из дробей $\frac{2015}{2016}$ и $\frac{2017}{2018}$ получить дроби $\frac{2016}{2017}$ и $\frac{2015}{2018}$?

Задача 3. (Р.М. Смаллиан) Мёрдок был посажен в темницу, но вскоре бежал из-под стражи и покинул пределы страны. Но потом вновь проник в страну, основательно загримировавшись, чтобы никто не мог узнать его. И на этот раз он был арестован вместе с одним рыцарем и одним лжецом (рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжёт). Все трое (обозначим их A , B и C) предстали перед судом и дали следующие показания:

A : Меня зовут Мёрдок.

B : Это правда.

C : Я не Мёрдок.

Кто из троих Мёрдок?

Задача 4. Докажите, что для всякого натурального числа существует кратное ему число, записываемое только цифрами 1 и 0.

Задача 5. (Л. Емельянов) Биссектрисы углов A и C треугольника ABC пересекают описанную окружность этого треугольника в точках A_0 и C_0 соответственно. Прямая, проходящая через центр вписанной окружности треугольника ABC параллельно стороне AC , пересекается с прямой A_0C_0 в точке P . Докажите, что прямая PB касается описанной окружности треугольника ABC .