

Всероссийская олимпиада школьников 2016г
муниципальный этап
Математика
11 класс

Общее время выполнения работы – **3 часа 55 мин (235 мин)**.
Максимальное количество баллов – **35**

Задание 1

Существуют ли целые числа x и y , удовлетворяющие уравнению

$$2x^2 - 5y^2 = 7$$

Количество баллов 7

Задание 2

Дан четырехугольник ABCD. Прямые DA и CB пересекаются в точке E, а прямые AB и DC – в точке F. Известно, что биссектрисы углов BEA и BFC перпендикулярны. Докажите, что вокруг ABCD можно описать окружность.

Количество баллов 7

Задание 3

Сравните между собой наименьшие положительные корни многочленов $x^{2016} + 2016x - 1$ и $x^{2016} - 2016x + 1$.

Количество баллов 7

Задание 4

Доказать, что $(\sqrt{5} - 2)^{2016} = \sqrt{m} - \sqrt{m-1}$, где m – целое число.

Количество баллов 7

Задание 5

Построим из рациональных чисел $r = a/q$ (a – целое, q – натуральное) математический лабиринт по следующим правилам:

1) любое рациональное число r – комната лабиринта;

2) две комнаты r и s соединены проходом, если $r \cdot s = 1$ или разность $(r - s)$ – целое число.

Доказать, что в этом лабиринте для любых двух комнат существует путь, соединяющий их (можно перейти из одной комнаты в любую другую по проходам).

Количество баллов 7