



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2016/2017 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
10 КЛАСС

1. Рабочий день на предприятии составлял 8 часов. При это первые шесть часов производительность труда была плановой, а затем падала на 25%. Директор (по согласованию с трудовым коллективом) продлил смену на час. При этом оказалось, что снова первые шесть часов работали с плановой производительностью, а затем она падала на 30%. На сколько процентов увеличилась общая производительность труда за смену в результате увеличения рабочего дня?

2. В каждой клетке квадрата  $5 \times 5$  стоит число. При этом числа, стоящие в одной строке (любой) и одном столбце (любом) образуют арифметическую прогрессию. В углах квадрата стоят числа 1, 25, 17, 81. Какое число стоит в центральной клетке? Не забудьте обосновать свой ответ.

1				25
		$x$		
81				17

3. Имеется последовательность чисел 1, 2, -3, -4, 5, 6, -7, -8, ... По ней строится другая последовательность 1,  $1+2=3$ ,  $1+2-3=0$ , ... . Докажите, что вторая последовательность содержит бесконечно много нулей.
4. Треугольник  $ABC$  подобен треугольнику, составленному из его высот. Две стороны треугольника  $ABC$  составляют 4 см и 9 см. Найдите третью сторону.
5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $A$  углы  $B$  и  $C$  не равны. Окружность с центром в некоторой точке  $O$ , проходящая через  $B$  и  $C$ , пересекает катеты  $AB$  и  $AC$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Высота  $AS$  пересекает отрезок  $PQ$  в точке  $K$ .  $M$  — середина гипотенузы  $BC$ . Докажите, что  $AKOM$  — параллелограмм.
6. Десятиклассник Дима придумал два натуральных числа (не обязательно различных). Затем он нашёл сумму и произведение этих чисел. Оказалось, что одно из этих чисел совпадает со средним арифметическим трёх остальных. Какие числа придумал Дима? Найдите все варианты ответа и докажете, что другие невозможны.