

Математика, 11 класс, муниципальный этап
Время выполнения – 4 часа

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Все выпускники математической школы сдавали ЕГЭ по математике и физкультуре. Результат каждого ученика по математике оказался равен сумме результатов остальных учеников по физкультуре. Сколько выпускников в школе, если всего по математике учениками в сумме было набрано в 50 раз больше баллов, чем по физкультуре?
2. Сколько решений при различных значениях a имеет уравнение $x \cdot |x - a| = a$?
3. Внутри параллелограмма $ABCD$ взята точка E такая, что $ED = CD$. Точки K и M – середины отрезков BE и AD соответственно. Докажите, что прямая KM параллельна биссектрисе угла CDE .
4. Буквы А, Б, К, М, П, У, Ш закодировали последовательностями нулей и единиц (каждую – своей). Затем в слове ПАПАМАМАБАБУШКА заменили буквы их кодами. Могла ли длина получившейся последовательности оказаться короче 40 символов, если последовательность однозначно раскодируется?
5. Пусть $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Докажите, что среди чисел $p(1), p(2), \dots, p(2016)$ квадратов целых чисел столько же, сколько среди чисел $p(1) - 1, p(2) - 1, \dots, p(2016) - 1$.