2017 год

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

Решения

8 класс

1. **Первый способ.** Склеим все бревна в одно 100-метровое бревно. Чтобы его разделить на 100 частей, нужно сделать 99 распилов, из которых 29 уже было сделано.
   Второй способ. Если было m трехметровых и n четырехметровых бревен, то m + n = 30, 3m + 4n =100, откуда m = 20, n = 10. Поэтому нужно сделать $20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 70$ распилов.

   Ответ: 70.

2. Пусть $\angle BAO = x$, тогда $\angle ABO = 180^0 - 125^0 - x = 55^0 - x$.
   $\angle A = 2x$, $\angle B = 110^0 - 2x$. Следовательно, $\angle C = 180^0 - (\angle A + \angle B) = 180^0 - 110^0 = 70^0$.

   Ответ: 70^0.

3. Пусть всего в школе m мальчиков и n девочек. Заметим, что число мальчиков, сидящих с девочками, равно числу девочек, сидящих с мальчиками, т.е. число $0{,}4m$ (100% - 60% = 40% от числа m) равно $0{,}8n$ (100% - 20% = 80% от n). Поэтому $m = 2n$, и девочки составляют $\frac{n}{m+n} \cdot 100\% = \frac{n}{2n+n} \cdot 100\% = 33\frac{1}{3}\%$ учащихся.

   Ответ: $33\frac{1}{3}\%$.

4. Заметим, что $n^3 + 17n = (n^3 - n) + 18n = (n - 1)n(n + 1) + 18n$.
   $(n - 1)n(n + 1)$ – произведение трех последовательных натуральных чисел, которое делится на 6, из которых хотя бы одно четно, а значит, делится на 2, и есть одно, которое делится на 3. Следовательно, $n^3 + 17n$ делится на 6 при любом натуральном n.

5. Обозначим каждого из игроков по начальной букве его имени – А, Б, В, Г и Д. Каждый мальчик играл в паре с четырьмя другими, причем в составе каждой пары он сыграл ровно 3 партии. Значит, всего каждый сыграл в турнире 12 партий. Это означает, что А проиграл все партии. Каждый из остальных сыграл ровно 6 партий против А. Значит Б, В, Г, Д в играх против А с напарником одержали по 6 побед. Таким образом, во всех остальных своих партиях, кроме игр против А, Б проиграл (Б сыграл из них 3 партии в паре с А). Остальные проигранные 3 партии Б (без участия А) можно расписать так: (БВ) < (ГД), (БГ) < (ВД), (БД) < (ВГ). Поскольку каждую партию Г играл либо с А, либо против А, либо с Б, либо против Б, можно утверждать, что рассмотрены все партии с участием Г. Итак, Г выиграл 8 раз: 6 раз в играх против А и по одному против БВ и БД.

   Ответ: 8 партий.