

Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике  
2017-2018 учебный год  
10 класс

Бланк ответов по математике, 10 класс  
Код участника \_\_\_\_\_

Продолжительность олимпиады: 240 минут. Максимально возможное количество баллов: 35.

**Задача 1 (7 баллов).** Два бегуна, стартовав одновременно, с постоянными скоростями, бегут по кольцевой дорожке в противоположных направлениях. Один из них пробегает кольцо за 5 минут, а второй – за 8 минут. Найти число различных точек встречи бегунов на дорожке, если они бегали не менее часа.

**Задача 2 (7 баллов).** Проведено три семейства параллельных прямых, по 10 прямых в каждом. Какое наибольшее число треугольников они могут вырезать из плоскости?

**Задача 3 (баллов).** Даны целые числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ ,  $c \neq b$ . Известно, что квадратные трехчлены  $ax^2 + bx + c$  и  $(c - b)x^2 + (c - a)x + (a + b)$  имеют общий корень (не обязательно целый). Докажите, что  $a + b + 2c$  делится на 3.

**Задача 4 (7 баллов).** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . На продолжениях  $BB_1$  и  $CC_1$  его высот за точки  $B_1$  и  $C_1$  выбраны соответственно точки  $P$  и  $Q$  так, что угол  $PAQ$  – прямой. Пусть  $AF$  – высота треугольника  $APQ$ . Докажите, что угол  $BFC$  – прямой.

**Задача 5 (7 баллов).** При изготовлении партии из  $N \geq 5$  монет работник по ошибке изготовил две монеты из другого материала (все монеты выглядят одинаково). Начальник знает, что таких монет ровно две, что они весят одинаково, но отличаются по весу от остальных. Работник знает, какие это монеты и что они легче остальных. Ему нужно, проведя два взвешивания на чашечных весах без гирь, убедить начальника в том, что фальшивые монеты легче настоящих, и в том, какие именно монеты фальшивые. Может ли он это сделать?