## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2017-2108 УЧЕБНЫЙ ГОД ВТОРОЙ ЭТАП

## 10 КЛАСС

## Продолжительность олимпиады – 3 ч.55 мин.

- 1. Укажите десятичную запись числа  $9 + 99 + 999 + \dots + \frac{99...9}{2016}$  +2017.
- 2. На участке трамвайного пути длиной в 1 км пешеход, проходящий этот участок за 12 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречных. В течение года первых оказалось 225, а вторых 600. Определите скорость трамвая.
- 3. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 \beta x + \gamma = 0$ . Известно, что пара  $(x_1, x_2)$  является решением системы  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 20, \\ x^2 \cdot y + x \cdot y^2 = 4 \end{cases}$ . Найдите значение выражения  $\frac{\beta^2}{\gamma}$ .
- 4. Докажите, что существует натуральное число, десятичная запись которого оканчивается на 2018, а само число делится на 2017.
- 5. Два параллелограмма ABCD и AEFG (вершины указаны по часовой стрелке) имеют общую точку А. Докажите, что их центры (точки пересечения диагоналей) и середины отрезков BG и DE являются вершинами некоторого параллелограмма.