

## 10 класс

1. Известно, что последовательность чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , является арифметической прогрессией, а последовательность чисел  $a_1a_2, a_2a_3, a_3a_4, \dots$ , геометрической прогрессией. Известно, что  $a_1=1$ . Найдите  $a_{2017}$ .
2. Докажите, что для любых различных простых чисел  $p, q, t$  число  $2016^p + 2017^q + 2018^t$  является составным.
3. Найдите количество троек натуральных чисел  $a, b$  и  $c$  не превосходящих 2017 таких, что многочлен  $x^{11} + ax^7 + bx^3 + c$  имеет рациональный корень.
4. В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность с центром в точке  $O$ . Отрезки  $OA, OB, OC$  и  $OD$  пересекаются с окружностью в точках  $K, L, M$  и  $N$  соответственно.  $P$  - точка пересечения диагоналей четырехугольника  $KLMN$ ,  $Q$  - середина отрезка  $KL$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $MN$  перпендикулярны.
5. Фёдор начинает выписывать на доску пары натуральных чисел  $(a, b)$ , где  $a < b$  и каждое не превосходит 2018. Причем, если на доске уже выписана пара чисел  $(a, b)$ , то он не может выписать любую пару вида  $(c, a)$  или  $(b, d)$ . Какое наибольшее количество пар чисел он сможет написать на доске.