

11 класс

1. Найдите функцию, для которой на всей ее области определения справедливо равенство

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0.$$

2. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$|x| - x^2 = a^2 - \sin^2 \pi x$$

не имеет решений.

3. Плоскости α и β пересекаются. Точки M и N не лежат в этих плоскостях. Из точки M на плоскость α опустили перпендикуляр и из точки N на плоскость β опустили перпендикуляр и эти перпендикуляры оказались в одной плоскости. Затем из точки M на плоскость β опустили перпендикуляр и из точки N на плоскость α опустили перпендикуляр. Обязательно ли и эти перпендикуляры лежат в одной плоскости?

4. В акционерном обществе 2017 акционеров, причем любые 1500 из них имеют контрольный пакет акций (не менее 50% акций). Какую наибольшую долю акций может иметь один акционер?

5. Решите неравенство

$$\sin^3 x + \cos^3 x + \sqrt{\sin x + \cos x + 3} \geq 3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x).$$