

II (муниципальный) этап

**XLIV Всероссийской олимпиады школьников по математике.
2017 год Саратовская область 11 класс (4 часа)**

1. Найти все натуральные числа n такие, что значение выражения $\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}}$ является натуральным числом, меньшим 2217.
2. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} 3\alpha$ целые. Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$.
3. Существуют ли два квадратных трёхчлена $ax^2 + bx + c$ и $(a + 1)x^2 + (b + 1)x + (c + 1)$ с целыми коэффициентами, каждый из которых имеет по два целых корня?
4. В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Окружность, описанная около треугольника ABM , повторно пересекает AC в точке K , а окружность, описанная около треугольника AMC , пересекает AB в точке L . Докажите, что $BL = KC$.
5. Учительница заполняет клетки классного журнала размером 7×8 (7 строк, 8 столбцов). В каждую клетку она ставит одну из трёх оценок: 3, 4 или 5. После заполнения всего журнала оказалось, что в каждой строке троек не меньше, чем четвёрок и не меньше, чем пятёрок, а в каждом столбце четвёрок не меньше, чем пятёрок и не меньше, чем троек. Сколько пятёрок могла поставить учительница?

II (муниципальный) этап

**XLIV Всероссийской олимпиады школьников по математике.
2017 год Саратовская область 11 класс (4 часа)**

1. Найти все натуральные числа n такие, что значение выражения $\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}}$ является натуральным числом, меньшим 2217.
2. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} 3\alpha$ целые. Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$.
3. Существуют ли два квадратных трёхчлена $ax^2 + bx + c$ и $(a + 1)x^2 + (b + 1)x + (c + 1)$ с целыми коэффициентами, каждый из которых имеет по два целых корня?
4. В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Окружность, описанная около треугольника ABM , повторно пересекает AC в точке K , а окружность, описанная около треугольника AMC , пересекает AB в точке L . Докажите, что $BL = KC$.
5. Учительница заполняет клетки классного журнала размером 7×8 (7 строк, 8 столбцов). В каждую клетку она ставит одну из трёх оценок: 3, 4 или 5. После заполнения всего журнала оказалось, что в каждой строке троек не меньше, чем четвёрок и не меньше, чем пятёрок, а в каждом столбце четвёрок не меньше, чем пятёрок и не меньше, чем троек. Сколько пятёрок могла поставить учительница?