

Математика, 11 класс, муниципальный этап
Время выполнения – 4 часа

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin x\right)$.
2. Дима утверждает, что придумал квадратное уравнение, имеющее два отрицательных корня. А на следующий день Дима переставил коэффициенты этого уравнения и утверждает, что теперь уравнение имеет два положительных корня. Может ли Дима оказаться прав?
3. Учитель записал на доске дробь $\frac{an+b}{cn+d}$ (числа a, b, c, d, n – натуральные). Вова смог сократить дробь (числитель и знаменатель) на 2017. Докажите, что тогда $ad - bc$ делится на 2017.
4. На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены их середины – точки M и N соответственно. Отрезки MN и AC пересекаются в точке O , причем $MO = ON$. Известно, что площадь треугольника ABC равна 2017. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.
5. В футбольном чемпионате Анчурии принимают участие 18 команд. Каждое воскресенье проходит очередной тур: все команды разбиваются на пары и в каждой паре проходит футбольный матч. Уже прошло 8 туров, при этом никакие две команды не играли между собой более одного раза. Верно ли, что тогда обязательно можно найти три команды, среди которых никакие две между собой не играли?