

**9 класс** (Время решения – 4 часа)

1. Числа  $a$ ,  $b$  и  $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$  рациональные ( $a \geq 0$ ). Докажите, что  $\sqrt[3]{b}$  рационально.
2. Есть 7 неотличимых на вид гирь. Борис знает массу каждой гири, а Аркадий знает лишь, что данный набор гирь содержит все целые массы от 1 до 7 граммов. Как при помощи не более чем трёх взвешиваний на чашечных весах Борис может подтвердить для Аркадия вес каждой гири?
3. Каждое натуральное число покрашено либо в синий, либо в красный цвет. При любой ли раскраске найдутся три различных одноцветных натуральных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таких, что  $xy = z^2$ ?
4. В невыпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  каждый из углов  $B$ ,  $C$  и  $D$  равен  $30^\circ$  (угол при вершине  $A$  больше развёрнутого). Точки  $N$  и  $T$  — середины сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что треугольник  $ANT$  правильный.
5. В квадрате со стороной 7 лежат 170 квадратов со стороной 1 так, что стороны маленьких квадратов параллельны сторонам большого. Докажите, что центр хотя бы одного из квадратов со стороной 1 лежит строго внутри другого квадрата со стороной 1 (точка лежит строго внутри квадрата, если точка принадлежит квадрату и не лежит на его границе).

**9 класс** (Время решения – 4 часа)

1. Числа  $a$ ,  $b$  и  $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$  рациональные ( $a \geq 0$ ). Докажите, что  $\sqrt[3]{b}$  рационально.
2. Есть 7 неотличимых на вид гирь. Борис знает массу каждой гири, а Аркадий знает лишь, что данный набор гирь содержит все целые массы от 1 до 7 граммов. Как при помощи не более чем трёх взвешиваний на чашечных весах Борис может подтвердить для Аркадия вес каждой гири?
3. Каждое натуральное число покрашено либо в синий, либо в красный цвет. При любой ли раскраске найдутся три различных одноцветных натуральных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таких, что  $xy = z^2$ ?
4. В невыпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  каждый из углов  $B$ ,  $C$  и  $D$  равен  $30^\circ$  (угол при вершине  $A$  больше развёрнутого). Точки  $N$  и  $T$  — середины сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что треугольник  $ANT$  правильный.
5. В квадрате со стороной 7 лежат 170 квадратов со стороной 1 так, что стороны маленьких квадратов параллельны сторонам большого. Докажите, что центр хотя бы одного из квадратов со стороной 1 лежит строго внутри другого квадрата со стороной 1 (точка лежит строго внутри квадрата, если точка принадлежит квадрату и не лежит на его границе).