

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2017-2108 УЧЕБНЫЙ ГОД **ВТОРОЙ ЭТАП**
9 КЛАСС

Продолжительность олимпиады – 3 ч.55 мин.

1. Решите уравнение: $\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} = 1$.

2. Найдите сумму: $S = 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + \dots + \frac{k \cdot (k+1)}{2} + \dots + \frac{2017 \cdot 2018}{2}$.

3. Докажите, что для всех $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ справедливо неравенство

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$

4. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC биссектриса угла A пересекает боковую сторону CD в точке E. Известно, что $AD = 2 \cdot BC$, $AD = AB$ и $S(\triangle ABE) = 8$. Найдите $S(ABCD)$.

5. В стране 2017 городов и из каждого выходит не менее 100 дорог с двусторонним движением. Известно, что из каждого города можно проехать по дорогам в любой другой город. Докажите, что это можно сделать не более, чем с 56 пересадками.