

**Всероссийская олимпиада школьников по математике**  
**Муниципальный этап**

**9 класс**

1. Числа  $a$  и  $b$  удовлетворяют равенству  $\frac{2a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = 2$ . Найдите все возможные значения выражения  $\frac{3a-b}{a+5b}$ .
2. Из произведения трёх последовательных натуральных чисел вычли их сумму и получили нечётное число  $N$ . Докажите, что число  $N$  является произведением каких-то трёх последовательных нечётных чисел.
3. Точка  $K$  – середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точки  $L$  и  $M$  выбраны на катетах  $BC$  и  $AC$  соответственно так, что  $BL=CM$ . Докажите, что треугольник  $LMK$  – также прямоугольный равнобедренный.
4. У трех братьев – Андрея, Василия и Сергея – дни рождения совпадают. Когда старшему из них, Андрею, исполнилось 12 лет, то оказалось, что сумма возрастов трех братьев делится на 12. То же случилось, когда 12 лет исполнилось Василию. Докажите, что то же самое случится, когда 12 лет исполнится Сергею.
5. Есть 15 монет, среди которых четное (не известное нам) число фальшивых. Все настоящие монеты весят одинаково, все фальшивые тоже весят одинаково, но они легче настоящих. Можно ли за 3 взвешивания на чашечных весах найти хотя бы одну настоящую монету?