

## 9 класс

1. Россия, Германия и Франция решили построить газопровод «Северный поток — 2» длиной 1200 км, договорившись финансировать этот проект поровну. В итоге, Россия построила 650 километров газопровода, Германия 550 километров газопровода, а Франция внесла свою долю деньгами. При этом Германия получила от Франции 1,2 миллиарда евро. Сколько при этом должна получить от Франции Россия?

2. Числа  $p, q, r$  и  $s$  таковы, что квадратные уравнения  $x^2 + px + q = 0$  и  $x^2 + rx + s = 0$  не имеют решений. Может ли иметь решение уравнение  $2017x^2 + (1009p + 1008r)x + 1009q + 1008s = 0$ ?

3. Длина стороны квадрата – целое число. На каждой стороне квадрата вне его построена трапеция так, что верхние основания трапеций и их боковые стороны образуют правильный двенадцатиугольник. Может ли площадь этого двенадцатиугольника равняться  $2 \underbrace{1111 \dots 11}_{2017 \text{ единиц}}$ ?

4. В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность с центром в точке  $O$ . Отрезки  $OA, OB, OC$  и  $OD$  пересекаются с окружностью в точках  $K, L, M$  и  $N$  соответственно.  $P$  - точка пересечения диагоналей четырехугольника  $KLMN$ ,  $Q$  - середина отрезка  $KL$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $MN$  перпендикулярны.

5. В Изумрудном городе есть социальная сеть «Волшебное зеркало», которой пользуются только жители этого города. Суммарное количество друзей в «Волшебном зеркале» у любых двух жителей Изумрудного города не меньше, чем численность населения всего города. Число жителей города больше 2.

а) Докажите, что у каждого жителя Изумрудного города в «Волшебном зеркале» есть, по крайней мере, два друга.

б) Правитель Изумрудного города Страшила отправит всем своим друзьям в «Волшебном зеркале» сообщение, они переслали это сообщение всем своим друзьям, а те, в свою очередь, переслали сообщение всем своим друзьям и так далее. Докажите, что в итоге сообщение получил каждый житель Изумрудного города.

в) Верно ли, что сообщение по-прежнему получают все жители Изумрудного города, если двое из них удалят друг друга из друзей перед его отправкой Страшилой?