

Математика, 9 класс, муниципальный этап
Время выполнения – 4 часа

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Торт разделили на три части. Если от первой отрезать две трети и присоединить ко второй, то третья будет в два раза больше первой, но в два раза меньше второй. Какую часть от торта составляют отрезанные куски?

2. Докажите, что для всех положительных чисел a, b, c, d выполняется неравенство:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{c^2}{d} \geq \frac{(a+c)^2}{b+d}.$$

3. Найдите все тройки последовательных натуральных чисел, не превышающих 100, произведение которых делится на 1001.

4. На продолжении стороны DC за точку C прямоугольника $ABCD$ отмечена точка K . $BD = DK$. Докажите, что биссектриса угла BAC проходит через середину отрезка BK .

5. В уравнении $*X^2 + *X + * = 0$ двое по очереди вместо любой звездочки ставят произвольное число (при X^2 ноль ставить нельзя). Первый выигрывает, если полученное уравнение не имеет корней, а второй – в противном случае. Может ли кто-нибудь из них выиграть, независимо от игры соперника?