



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
17 НОЯБРЯ 2018 г. I тур 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

---

1.  $f(x)$  — квадратный трёхчлен. Наименьшее значение функции  $f(2x) - f(x)$  равно  $-1$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(3x) - f(x)$ .

2. Произведение трёх разных натуральных делителей натурального числа  $N$  равно  $1\,000\,000$ . Найдите наименьшее такое  $N$ .

3. На графике функции  $y = x^3 + 3x$  расположены четыре точки, являющиеся вершинами параллелограмма. Докажите, что центр этого параллелограмма — начало координат.

4. В треугольнике  $ABC$  с  $\angle B = 100^\circ$  проведена высота  $BD$ . На отрезках  $AD$  и  $CD$  выбраны точки  $X$  и  $Y$  так, что  $XY = AC/2$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  выбраны точки  $Z$  и  $T$  соответственно так, что  $AX = XZ$  и  $CY = YT$ . Найдите  $\angle ZDT$ .

5. Клетчатый квадрат  $1024 \times 1024$  разрезан на квадраты  $32 \times 32$ . Можно ли раскрасить все его клетки в 512 цветов так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом из получившихся квадратов  $32 \times 32$  каждый цвет встречался ровно два раза?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
17 НОЯБРЯ 2018 г. I тур 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

---

1.  $f(x)$  — квадратный трёхчлен. Наименьшее значение функции  $f(3x) - f(2x)$  равно  $-1$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(2x) - f(x)$ .

2. Произведение трёх разных натуральных делителей натурального числа  $N$  равно  $1\,000\,000\,000$ . Найдите наименьшее такое  $N$ .

3. На графике функции  $y = x^3 + 2x$  расположены четыре точки, являющиеся вершинами параллелограмма. Докажите, что центр этого параллелограмма — начало координат.

4. В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $AD$ . На отрезках  $BD$  и  $CD$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $PQ = BC/2$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $R$  и  $S$  соответственно так, что  $BP = PR$  и  $CQ = QS$ . Оказалось, что  $\angle RDS = 60^\circ$ . Найдите  $\angle BAC$ .

5. Клетчатый квадрат  $256 \times 256$  разрезан на квадраты  $16 \times 16$ . Можно ли раскрасить все его клетки в 128 цветов так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом из получившихся квадратов  $16 \times 16$  каждый цвет встречался ровно два раза?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)