Шифр

14 ноября 2018 года

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2018/2019 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 10 классов

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

______________ (________________)

Члены жюри:

______________ (________________)

______________ (________________)

______________ (________________)

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.
2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.
3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.
4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.
5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.
6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

10.1. Рассматриваются всевозможные пары квадратных уравнений $x^2+px+q=0$ и $x^2+qx+p=0$ такие, что каждое уравнение имеет два различных корня. Верно ли, что выражение $\frac{1}{x_1x_3}+\frac{1}{x_1x_4}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_2x_4}$, где числа x_1, x_2 — корни первого уравнения, а числа x_3, x_4 — корни второго, одно и то же для всех таких пар (то есть не зависит от чисел p и q)? Ответ обоснуйте.

10.2. В прямоугольнике $ABCD$ точка E лежит на стороне BC и не совпадает с точками B и C. Точка M — произвольная точка на отрезке AD, а точка N — произвольная точка на отрезке MD. Точка K лежит на отрезке AB, а точка T — на отрезке CD. Докажите, что сумма площадей треугольников AKM, MEN и NDT не превосходит половины площади прямоугольника.

10.3. В далёкие времена застоя в Советском Союзе в ходу были монеты достоинством 15 и 20 копеек. У школьника Валеры была некоторая сумма денег только такими монетами. Причём двадцатикопеечных монет было больше, чем пятнадцатикопеечных. Пятую часть всех денег Валера истратил, отдав две монеты за билет в кино. Половину оставшихся денег он отдал за обед, оплатив его тремя монетами. Сколько монет каждого достоинства было у Валеры вначале? Ответ обоснуйте.

10.4. Окружность с центром O вписана в угол BAC. Касательная к окружности, параллельная прямой AO, пересекает луч AB в точке P. Докажите, что верно равенство $AP = AO$.

10.5. Возрастающая геометрическая прогрессия состоит из четырёх различных положительных чисел, три из которых образуют арифметическую прогрессию. Каким числом может быть знаменатель этой прогрессии? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.

10.6. Имеется 300 яблок, любые два из которых отличаются по весу не более, чем в три раза. Докажите, что их можно разложить в 150 пакетов по два яблока в каждом так, что любые два пакета различаются по весу не более, чем в два раза.