

Математика, 10 класс, муниципальный этап  
Время выполнения – 4 часа  
Максимальное количество баллов – 35

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Решите уравнение:  $(x - 2016)(x - 2017)(x - 2018) = (x - 2017)(x - 2018)(x - 2019)$ .
2. Найдите все решения уравнения:  $\sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}} = \sqrt{2}$ .
3. Вписанный четырехугольник  $ABCD$  не имеет параллельных сторон. Лучи  $BA$  и  $CD$  пересекаются в точке  $E$ , а лучи  $AD$  и  $BC$  – в точке  $F$ . Докажите, что если  $AE = CF$ , то  $DE = DF$ .
4. Архипелаг состоит из 2018 островов, между некоторыми из которых ходит катер (каждый катер ходит от одного острова до какого-то другого и обратно), причем от каждого острова катера ходят хотя бы на 6 других островов. Докажите, что можно организовать круговую поездку по островам архипелага, позволяющую посетить не меньше 7 островов.
5. Можно ли так раскрасить все натуральные числа в красный и синий цвет, чтобы в любой бесконечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, встречались числа двух цветов? (Раскрасить числа – значит присвоить каждому числу один из двух цветов: или красный, или синий.) Обоснуйте свой ответ.