

Математика, 11 класс, муниципальный этап  
Время выполнения – 4 часа  
Максимальное количество баллов – 35

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Решите уравнение:  $\cos^2 x + \cos^2 2x = 1$
2. На координатной плоскости  $xOy$  изобразите множество точек  $(x, y)$ , для которых выполняется неравенство:  $\sqrt{xy} \geq x - 2y$ . Объясните, почему множество точек именно такое.
3. Треугольник  $ABC$  – равносторонний. На стороне  $AC$  отметили точку  $M$ , а на стороне  $BC$  – точку  $N$ , причем  $MC = BN = 2AM$ . Отрезки  $MB$  и  $AN$  пересекаются в точке  $Q$ . Найдите угол  $CQB$ .
4. В математическом кружке занимается 6 школьников, у каждого из которых не меньше 3 друзей в этом кружке (дружба взаимная). Если кому-то досталась книга, то он читает ее, а потом отдаёт ее одному из своих друзей, кто еще не читал этой книги. Докажите, что учитель может отдать новую книгу одному из школьников, чтобы она потом по цепочке побывала у всех участников кружка.
5. Найдите все пары натуральных чисел  $(m, n)$ , для которых  $\text{НОК}(m, n) = 3m + 2n + 1$ . (Напоминаем, что НОК – это наименьшее общее кратное чисел.)