

Математика, 7 класс, муниципальный этап
Время выполнения – 4 часа
Максимальное количество баллов – 35

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

1. Число называется хорошим, если в нем нет одинаковых цифр и при этом оно делится на сумму своих цифр. Придумайте хотя бы два хороших двузначных числа, которые после увеличения каждой своей цифры на 1 остаются хорошими.
2. Агроном Бильбо заметил, что если бы длина его прямоугольного поля была больше на 20 метров, то периметр поля был бы больше в 2 раза. А вот если бы ширина поля была больше в 2 раза, то периметр поля был бы больше на 18 метров. Чему равна площадь поля?
3. В клетки таблицы 3×3 вписывают числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. После этого в тетрадь выписали все возможные суммы чисел, стоящих в соседних (по стороне) клетках. Какое наименьшее количество разных чисел могло быть среди выписанных в тетрадь?
4. В парламенте Анчурии какие-то депутаты враждуют (причем у каждого есть хотя бы один враг), какие-то дружат, а некоторые безразличны друг другу. Дружба, вражда и безразличие взаимны, причем для каждого депутата работает принцип: «Друг моего врага является и моим врагом». Докажите, что у какого-то депутата врагов больше, чем друзей.
5. Робот Валли печатает числа. Если последнее напечатанное число четное, то после него Валли напечатает половину этого числа, а если нечетное – сначала прибавит к числу 1001, разделит эту сумму пополам и напечатает результат. Первым было напечатано число 1. Верно ли, что когда-то среди напечатанных чисел встретятся все натуральные числа от 1 до 100?