МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2018-2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

9 КЛАСС

Время выполнения заданий: 4 часа (240 минут)
Максимальный балл: 35 баллов (по 7 баллов за каждое задание)

1. На доске записаны 2019 натуральных чисел: 1, 2, 3, …, 2019. За один ход разрешается стереть любые два числа и записать вместо них модуль их разности. Можно ли после 2018 ходов получить на доске единственное число 1?

2. В Δ ABC AC = 6, AB = 5, AA_1 и CC_1 – биссектрисы, $AC_1 = 3$, $C_1B = 2$. Прямые AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Найти площадь Δ AOC.

3. Решить уравнение: $(x+1)\cdot\sqrt{x^2+x+1}+(x-1)\cdot\sqrt{x^2+1}+2\cdot x=0$.

4. Положительные действительные числа a, b, c, d, m такие, что a + b + c + d + m = 1. Доказать, что справедливо неравенство: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{m}\geq 25$.

5. Имеется три сплава. Первый содержит 60% алюминия и 40% хрома; второй содержит 10% хрома и 90% титана; в третьем сплаве - 20% алюминия, 50% хрома и 30% титана. Из них приготовили новый сплав, содержащий 45% титана. Какое наименьшее и какое наибольшее процентное содержание хрома может быть в новом сплаве?