

11 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

1. Найдите минимальное значение выражения $\frac{25x^2 \sin^2 x + 16}{x \sin x}$ при $0 < x < \pi$.

2. В прямоугольном треугольнике длины катета a и гипотенузы c выражаются двузначными целыми числами, причём в обоих числах используется одинаковый набор цифр. Длина катета b представляет собой положительное рациональное число. Чему может быть равно значение длины гипотенузы? (Приведите все ответы и докажите, что других нет.)

3. Найдите наименьшее натуральное число N , которое делится на p , оканчивается на p и имеет сумму цифр, равную p , если известно, что p – простое число и $2p + 1$ является кубом натурального числа.

4. Бумажный треугольник со сторонами 34, 30, $8\sqrt{13}$ согнули по средним линиям и сложили в треугольную пирамиду. Через противоположные рёбра пирамиды провели параллельные плоскости (всего 6 плоскостей). Докажите, что параллелепипед, образованный пересечением этих плоскостей – прямоугольный, и найдите его объём.

5. Двадцать человек, среди них A , B , C , случайным образом садятся за круглый стол. Какова вероятность того, что, по крайней мере, двое из A , B , C сидят рядом друг с другом?