

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады по математике

2018-2019 уч.год

11 класс

1. Сумма семи различных натуральных чисел равна  $2n$ . Верно ли, что обязательно найдутся три числа среди этих семи чисел, сумма которых больше  $n$ ?
2. Найдите все положительные решения уравнения

$$x^{101} + 100^{99} = x^{99} + 100^{101}$$

Не забудьте обосновать свой ответ.

3. Дана трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$ . Точка  $O$  – середина средней линии трапеции. Точки  $K, L, M, N$  – образы вершин  $A, B, C, D$  при центральной симметрии относительно точки  $O$ . Прямые  $KM$  и  $NL$  пересекают стороны  $CD$  и  $AB$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что каждый из отрезков  $CM, BL, AP, DQ$  делит площадь трапеции пополам.
4. Многочлен с целыми коэффициентами принимает значение 2018 ровно в 2018 целых точках. Докажите, что многочлен не может иметь целые корни.
5. Докажите, что для любого натурального числа  $a$ , все простые делители которого не меньше 7, найдется такое натуральное число  $m$ , что произведение  $am$  будет числом, десятичная запись которого состоит только из единиц.