

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

9 класс

9.11.2018

Работа рассчитана на 240 минут

1. Найти все пары действительных чисел (x, y) , для которых выполняется равенство

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 1} = x + y - 1$$

2. Числа от 1 до 8 расставили по кругу. Число назовём большим, если оно больше своих соседей, и маленьким, если оно меньше своих соседей. Каждое число в расстановке - большое или маленькое. Какова наименьшая возможная сумма больших чисел?

3. На 20 карточках написали по одной цифре так, что каждая цифра написана ровно два раза. Одну карточку, на которой написана единица, потеряли. Можно ли, используя все оставшиеся 19 карточек, составить два числа, отношение которых равно 2018?

4. Доказать, что число $8000\dots 01$ (нулей между 8 и 1 не менее трёх) не является квадратом натурального числа.

5. Вписанная в прямоугольный треугольник ABC окружность касается катетов CA и CB в точках P и Q соответственно. Прямая PQ пересекает прямую, проходящую через центр вписанной окружности параллельно гипотенузе, в точке N. M – середина гипотенузы. Найти величину угла MCN.

6. Доказать, что если положительные числа a, b, c, d, f удовлетворяют равенству $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + f^2 + abf + cdf = 4$, то $ab + cd + f \leq 2$.

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

9 класс

9.11.2018

Работа рассчитана на 240 минут

1. Найти все пары действительных чисел (x, y) , для которых выполняется равенство

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 1} = x + y - 1$$

2. Числа от 1 до 8 расставили по кругу. Число назовём большим, если оно больше своих соседей, и маленьким, если оно меньше своих соседей. Каждое число в расстановке - большое или маленькое. Какова наименьшая возможная сумма больших чисел?

3. На 20 карточках написали по одной цифре так, что каждая цифра написана ровно два раза. Одну карточку, на которой написана единица, потеряли. Можно ли, используя все оставшиеся 19 карточек, составить два числа, отношение которых равно 2018?

4. Доказать, что число $8000\dots 01$ (нулей между 8 и 1 не менее трёх) не является квадратом натурального числа.

5. Вписанная в прямоугольный треугольник ABC окружность касается катетов CA и CB в точках P и Q соответственно. Прямая PQ пересекает прямую, проходящую через центр вписанной окружности параллельно гипотенузе, в точке N. M – середина гипотенузы. Найти величину угла MCN.

6. Доказать, что если положительные числа a, b, c, d, f удовлетворяют равенству $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + f^2 + abf + cdf = 4$, то $ab + cd + f \leq 2$.