

9 класс

1. При каких значениях x и y верно равенство $x^2 + (1-y)^2 + (x-y)^2 = \frac{1}{3}$.

2. Среди 81 монеты имеется одна фальшивая (более лёгкая) монета. Как её найти, используя не более четырёх взвешиваний.

3. Купец купил в Твери несколько мешков соли и продал их в Москве с прибылью в 100 рублей. На все вырученные деньги он снова купил в Твери соль (по тверской цене) и продал в Москве (по московской цене). На этот раз прибыль составила 120 рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку?

4. В треугольнике две медианы взаимно перпендикулярны, их длины равны 18 см и 24 см. Вычислите площадь треугольника.

5. По определению, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Какой сомножитель нужно вычеркнуть из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 20!$, чтобы оставшееся произведение стало квадратом некоторого натурального числа?