

Ответы муниципального этапа ВсОШ по математике

6 класс

6.1. Шестьдесят учеников поехали на экскурсию в зоопарк. По возвращении в школу оказалось, что 55 из них забыли в зоопарке перчатки, 52 – шарф и 50 умудрились забыть шапки. Найдите наименьшее количество самых рассеянных учеников – тех, кто потерял все три вещи.

Ответ. 37 учеников.

Решение. Из условия следует, что у пяти учеников есть перчатки, у восьми – шарф и у десяти – шапка. Таким образом, хотя бы по одной вещи есть не более чем у $5 + 8 + 10 = 23$ человек. А значит, не менее чем $60 - 23 = 37$ человек потеряли все три вещи. Все три вещи потеряют ровно 37 человек, если каждый из остальных 23 потеряет ровно по две вещи.

6.2. Есть 7 сейфов и 7 кодов к ним, причем неизвестно какой код от какого сейфа. За какое наименьшее число попыток можно гарантированно соотнести коды и сейфы?

Ответ. 21 попытка.

Решение. Вводим первый код по очереди на каждом из сейфов. Если один из сейфов открылся — оставляем этот сейф и код. Если же среди первых 6 сейфов ни один не открылся, то этот код соответствует седьмому сейфу. Использовано не более шести попыток и осталось 6 сейфов и 6 кодов. Снова берем один код и вводим его на всех сейфах подряд. Для того чтобы определить, какому сейфу соответствует этот код, нужно не более 5 попыток. И так далее. Всего понадобится не более $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ попытки.

6.3. Пусть $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{50} = 1$, где a_1, a_2, \dots, a_{50} – целые числа. Докажите, что $a_1 + a_2 + \dots + a_{50} \neq 0$

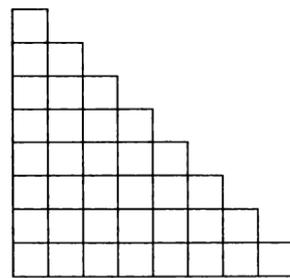
Доказательство. Очевидно, что все числа a_1, a_2, \dots, a_{50} равны ± 1 . В этом случае сумма может равняться нулю, только если единиц и минус единиц поровну – по 25. Но тогда их произведение равнялось бы -1 .

6.4. Петя и Маша сделали яблочный сок. Всего у них получилось 10 л. Они разлили его по двум бутылкам. Но оказалось, что Маше тяжело нести свою бутылку, поэтому она перелила часть сока в бутылку Пете. При этом у Пети получилось в три раза больше, а у Маши в три раза меньше. Сколько литров пришлось нести Пете?

Ответ. 7,5 л.

Решение. Пусть Маша, прежде чем перелить сок Пете, перельёт его в отдельную бутылку. По условию, если добавить этот сок Пете, то у того станет в три раза больше сока (у Маши – в три раза меньше). Значит, сейчас у Маши и Пети сока поровну, а в отдельной бутылки сока в два раза больше, чем у каждого из них. Это значит, что в бутылки сейчас половина всего имеющегося сока, то есть 5 л, а у Пети и Маши – по 2,5 л. Поэтому в конце у Пети станет $2,5 + 5 = 7,5$ л.

6.5. Можно ли разрезать изображённую на рисунке фигуру на трехклеточные уголки?



Ответ. Да.

Решение.

