

**Всероссийская олимпиада школьников по математике**  
**Муниципальный этап**

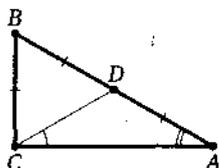
**8 класс**

**Решения**

1. Пусть  $x$  – число верных ответов,  $30-x$  – число неверных, тогда можно записать уравнение  $7x-12(30-x) = 77$ .

Ответ: 23.

2. Пусть  $D$  – середина  $AB$ . Так как  $BD = BC$ , треугольник  $BDC$  равнобедренный. Пусть  $\angle CAD = \alpha$ ,  $\angle ACD = \beta$ . Тогда  $\angle DCB = 3\alpha - \beta$ , а  $\angle CDB = \alpha + \beta$ . Поскольку  $\angle DCB = \angle CDB$ , получаем, что  $3\alpha - \beta = \alpha + \beta$ , откуда  $\alpha = \beta$ . Но тогда  $DC = DA = DB = BC$ , а значит,  $\triangle BCD$  равносторонний,  $\angle B = 60^\circ$ .



3. Да, могут. Для этого они должны действовать по следующей схеме. Каждый начинает есть то, что он умеет съесть быстрее. Карлсон начинает есть плюшку, а Фрекен Бок торт. Через две минуты Карлсон съедает плюшку, а Фрекен Бок половину торта, после чего им остается съесть вторую половину торта. Но Карлсон съедает за минуту третью часть торта, а Фрекен Бок – четвертую. Значит, вдвоем они могут съесть за минуту  $7/12$  всего торта, что больше половины. Поэтому с оставшейся половиной торта они справятся меньше, чем за минуту.

Ответ: да.

4. Пусть  $x$  и  $y$  – стоимость (в млн рублей) первого и второго пакетов акций соответственно. Согласно условиям задачи имеем следующую систему:

$$\begin{cases} 1,28(x + y) = 7,68; \\ 1,28(x + y) = 1,4x + 1,2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,4 \\ y = 3,6 \end{cases}$$

Таким образом, первый пакет акций стоил 2 млн 400 тыс. рублей, второй – 3 млн 600 тыс. рублей.

Ответ: 2 млн 400 тыс. рублей и 3 млн 600 тыс. рублей.

5. Имеем  $a^5 - 5a^3 + 4a = a^5 - a^3 + 4a - 4a^3 = (a - 2)(a - 1)a(a + 1)(a + 2)$ .

Заметим, что  $120 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3$ . Из пяти последовательных натуральных чисел хотя бы одно делится на 5, хотя бы одно – на 4 и хотя бы одно – на 3. Но если какое-то из этих чисел делится на 4, то последующее или предшествующее четное число делится на 2, т.е. все число на  $120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$ .