

10 класс

1. Ответ: 7744

Решение. В десятичной записи искомое число поразрядно представимо следующим образом: $N = 1000x + 100x + 10y + y = 11(100x + y)$; $N = A^2 \Rightarrow (100x + y)$ кратно 11 $\Rightarrow (x + y)$ кратно 11. Так как x и y цифры, то перебором находим их значения. $7744=88^2$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Имеется поразрядная запись числа и ее разложение на множители -1 балл. Обоснованно, что $x + y$ кратно 11 - 3 балла.

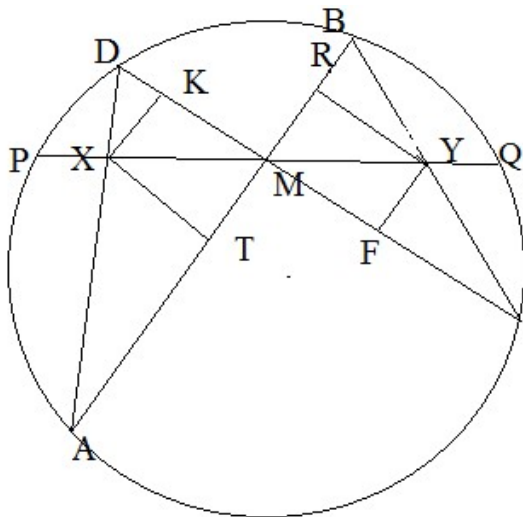
2. Ответ: 14 и 20

Решение. Сумма делителей включает само число и единицу, поэтому сумма оставшихся делителей равна 9, $9=2+7$, $9=3+6$, $9=4+5$. В первом случае это число 14, во втором - 18, в третьем - 20. Число 18 требованию задачи не удовлетворяет.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Правильно составлено уравнение, позволяющее определить сумму делителей кроме 1 и самого числа - 2 балла. В ответ помимо 14 и 20 входит число 18 - 3 балла. Получен ответ без решения - 0 баллов.

3. Решение



1. Опустим перпендикуляры XK , YF, XT, YR на прямые, DC и AB .

Введем обозначения $PM=MQ=a$, $XK=x_2$, $XT=x_1, YR=y_1, YF=y_2, XM=x, YM=y$.

2. Рассмотрим пары подобных треугольников и выпишем соответствующие отношения сторон:

$\triangle XKM$ и $\triangle YFM$:

$$\frac{x_2}{y_2} = \frac{x}{y} \quad (1)$$

$\triangle YRM$ и $\triangle XTM$:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x}{y} \quad (2)$$

$\triangle AXT$ и $\triangle CYF$:

$$\frac{x_1}{y_2} = \frac{AX}{CY}$$

$\triangle DXK$ и $\triangle BYR$:

$$\frac{x_2}{y_1} = \frac{DX}{BY}$$

3. Перемножим равенство (1) и (2) $\frac{x^2}{y^2} = \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{x_1}{y_1} = \frac{AX}{CY} \cdot \frac{DX}{BY} = \frac{a^2 - x^2}{a^2 - y^2}$ (3) и используем свойство пересекающихся хорд, преобразуя полученное равенство, получаем, что $x=y$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Доказано подобие треугольников и выписаны соотношения из которых можно получить требуемый вывод - 2 балла. Получено равенство (3) или другие верные равенства, приводящие к ответу - 4 балла.

4. Ответ: 105.

Решение: Расположим числа по возрастанию.

Сумма 10 самых маленьких натуральных чисел $1+2+\dots+10=55$.

Наименьшее значение наибольшего из 10 самых маленьких из записанных на доске чисел равно 15 (каждое число из 10 самых маленьких натуральных чисел увеличили на 5).

Если следующие числа идут подряд, то 100-е число равно 105 и сумма 10 самых больших из записанных на доске чисел $96+97+98+99+100+101+102+103+104+105=95*10+(1+2+\dots+10)=950+55=1005$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Только верный ответ – 0 баллов.

Осуществлена идея расположить числа по возрастанию – 1 балл.

Рассмотрены 10 наименьших чисел из записанных на доске или 10 наибольших чисел из записанных на доске, и получены некоторые выводы по решению задачи, но не определено наименьшее значение 10-го числа и верный ответ не получен – 2-3 балла.

Верно определено наименьшее значение 10-го числа, но верный ответ не получен – 5 баллов.

5. Решение

Возведем в квадрат первое уравнение системы и вычтем из первого второе уравнение:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xz + 2yz + z^2 = 0; (y + z)^2 + (x + z)^2 = 0; x = -z; y = -z.$$

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. В остальных случаях 0 баллов.