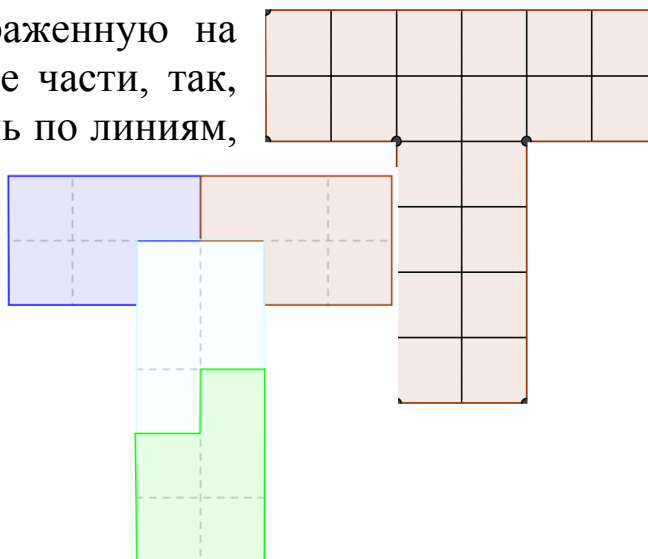


8.1. Разрезать фигуру, изображенную на рисунке справа, на четыре равные части, так, чтобы все разрезы проходили лишь по линиям, делящим фигуру на квадраты.

Решение. Приводить объяснения к найденному разрезанию не обязательно, хотя соображение, что части должны содержать 5 единичных квадратов, помогает в поиске решения.



8.2. Решить ребус: $BEДА + EДА + ДА + А = 2018$, где одинаковые цифры обозначены одной буквой, а разные цифры – разными буквами.

Решение. Складывая, получим варианты: 1) $4А = 8$, 2) $4А = 28$. Далее: 1) $А = 2$, тогда $3Д = 21$, т.е. $Д = 7$, и 1.1) $2Е + 2 = 10$ или 1.2) $2Е + 2 = 20$. 1.1.) $А = 2$, $Д = 7$, $Е = 4$, тогда $В = 1$; 1.2) $А = 2$, $Д = 7$, $Е = 9$, тогда $В = 0$. 2) $А = 7$, тогда $3Д + 2 = 11$ и $Д = 3$, но $2Е + 1 = 10$ и $2Е + 1 = 20$ невозможно

Ответ: $1472 + 472 + 72 + 2 = 2018$ или $0972 + 972 + 72 + 2 = 2018$.

8.3. Трудновоспитуемые восьмиклассники Вова и Дима порвали школьную стенгазету с критикой их поведения, прилежания и культуры речи. Причем, каждый попавший в его руки кусок газеты Вова рвал на 5 кусков, а Дима только на 3 (его критиковали меньше). Потом школьная уборщица собрала 2018 мелких обрывков газеты. Доказать, что она нашла не все обрывки.

Решение. При всех операциях число обрывков газеты увеличивается на 4 или на 2, поэтому остаток деления на 2 общего числа обрывков в любой момент времени сохраняется. Перед началом процесса (когда газета была целой) этот остаток равнялся 1. Но число 2018 при делении на 2 имеет нулевой остаток, поэтому хотя бы 1 обрывок был не найден.

8.4. Все вершины параллелограмма $A_1B_1C_1D_1$ лежат на сторонах параллелограмма $ABCD$, причем, $A_1 \in AB$, $B_1 \in BC$, $C_1 \in CD$, $D_1 \in DA$. Доказать, что центры обоих параллелограммов совпадают.

Решение. Центр параллелограмма может быть определен, с одной стороны, как точка пересечения диагоналей, с другой стороны, как точка пересечения средних линий. Середина диагонали A_1C_1 малого параллелограмма лежит на средней линии большого, параллельной сторонам AB и CD ; а середина диагонали B_1D_1 лежит на средней линии, параллельной сторонам BC и DA . Поэтому точка пересечения диагоналей (центр) малого параллелограмма совпадает с точкой пересечения средних линий (центром) большого.

8.5. В парламент островного государства Променад-и-Торнадо могут избираться только коренные жители острова, которые делятся на рыцарей и лжецов: рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Тайным голосованием 8.09.19 были переизбраны 2019 депутатов. На первом заседании присутствовали все депутаты: 2016 из них сели в депутатские кресла, расположенные в зале в виде прямоугольника 42×48 , трое – в кресла председателя и его заместителей в президиуме. Во время заседания каждый заявил, что среди его соседей по креслу – одни лжецы (соседи – те, кто сидят слева, справа, спереди, сзади и по диагоналям: их может быть от 3 до 8 в зале и 1 или 2 в президиуме). Определить минимальное число рыцарей в парламенте.

Решение. Прямоугольник 42×48 можно замостить квадратами 3×3 (их потребуется 224). В каждом таком квадрате должен быть хотя бы один рыцарь (иначе – если в квадрате одни лжецы – лжец, находящийся в центральной клетке, сказал правду, что невозможно). Таким образом, минимальное число рыцарей в зале – 224 (в центрах квадратов, которыми мы замостили прямоугольник – в этом случае все рыцари в зале сказали правду, а все лжецы солгали, как и положено). В президиуме минимальное число рыцарей – 1 (в центре).

Ответ: 225.