

**Ответы и решения задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике (2019-2020 уч. год)**

**8 класс**

**8.1. Решение.** Перенесем все слагаемые в левую часть

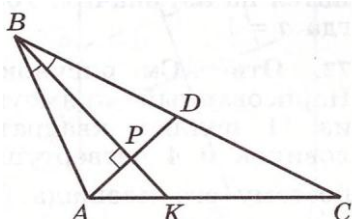
$a^2b + b^2c + c^2a - b^2a - a^2c - c^2b = ab(a - b) - c(a^2 - b^2) + c^2(a - b) = (a - b)(ab - ac - bc + c^2) = (a - b)(b - c)(a - c) > 0$ , так как выражение в каждой из скобок положительно.

**8.2. Ответ: 64.**

**Решение.** Обозначим число  $10a+b$ , тогда получим по условию задачи уравнение:  $10a + b = 6(a + b) + 4$ , упростив которое, получим  $4(a - 1) = 5b$ . Так как  $a$  и  $b$  являются цифрами и число  $a - 1$  должно делиться на 5, то возможны два варианта  $a=1$  или  $a=6$ . В первом случае получится число 10 и тогда остаток (4) больше делителя (1), поэтому подходит только второй случай.

**8.3. Ответ:  $AB=2, AC=3, BC=4$ .**

**Решение.** Пусть  $AD$  – медиана,  $BK$  – биссектриса,  $P$  – точка их пересечения.



Из условия следует, что в  $\triangle ABD$  отрезок  $BP$  одновременно является биссектрисой и высотой, поэтому треугольник равнобедренный  $AB = BD = \frac{1}{2}BC$ . Но длины  $AB$  и  $BC$  – это два числа из трех последовательных натуральных чисел. Поэтому либо  $AB=1, BC=2$ , либо  $AB=2, BC=4$ . В обоих случаях  $AC=3$ . Но первый случай невозможен, т.к. в этом случае  $AC=AB+BC$ . Треугольник со сторонами 2, 3 и 4 существует.  $AB=2, AC=3, BC=4$ .

**8.4. Решение.** Получим сначала числа  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$  и  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ . Перемножим их, получим число 3. Последовательным домножением числа  $\sqrt{5}$  на  $\sqrt{2}$  и на  $\sqrt{5}$  получим числа  $\sqrt{10}, \sqrt{20}$  и  $\sqrt{100} = 10$ . И наконец,  $10 - 3 - 3 - 3 = 1$ .

Замечание. Приведенный способ не единственный.

**8.5. Ответ: 1010 рыцарей.**

**Решение.** Заметим, что два воина, стоящие рядом, не могли оказаться рыцарями. Действительно, если бы они оба рыцарями, то они оба сказали бы неправду. Выберем воина, стоящего слева, и разобьем ряд из оставшихся 2018 воинов на 1009 групп по два рядом стоящих воина. В каждой такой группе не более одного рыцаря, т.е. среди рассматриваемых 2018 воинов не более 1009 рыцарей, т.е. всего в шеренге не более  $1009+1=1010$  рыцарей.

Рассмотрим шеренгу РЛРЛР...РЛРЛР. В такой шеренге стоит ровно 1010 рыцарей.