

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
2019/20 учебный год
8 класс**

Ответы и решения задач

1. УСЛОВИЕ

Запишите число 1997 с помощью 11 четвёрок и арифметических операций.

Решение. $1997 = 4 \cdot 444 + 44 \cdot 4 + 44 + 4 : 4$.

2. УСЛОВИЕ

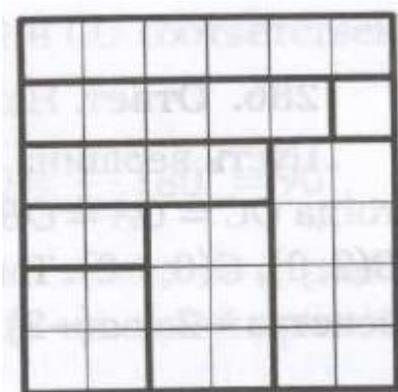
Какое из чисел больше: 2^{1997} или 5^{850} ?

Решение. Из неравенства $2^7 = 128 > 125 = 5^3$ следует, что
 $2^{1997} = (2^7)^{285} \cdot 2^2 > (5^3)^{285} = 5^{855} > 5^{850}$.

Ответ: $2^{1997} > 5^{850}$.

3. УСЛОВИЕ

Разрежьте клетчатый квадрат $6 \cdot 6$ клеток на наибольшее число клетчатых прямоугольников, никакие два из которых не являются одинаковыми.



Пример.

4. УСЛОВИЕ

Можно ли выложить в цепь, следуя правилам игры, все 28 костей домино так, чтобы на одном конце оказалась шестёрка, а на другом пятёрка?

Доказательство. Если на одном конце цепи, в которой лежат все 28 костей домино, шестёрка, то и на другом конце – тоже шестёрка. В самом деле, всего костей с «шестёркой» имеется 7, если дубль лежит на середине цепи, то к

нему примыкают ещё 2 кости с «шестёркой», остальные «шестёрки», не лежащие с краю, встречаются обязательно парами, так что с краю находятся либо две шестёрки, либо ни одной.

Ответ. Нельзя.

5. УСЛОВИЕ

Назовём натуральное число *особым*, если оно представимо в виде $m^2 + 2n^2$, где m и n – целые числа. Докажите, что произведение двух особых чисел также особое число.

Доказательство. Утверждение задачи следует из тождества $(m^2 + 2n^2)(a^2 + 2b^2) = m^2a^2 + 2m^2b^2 + 2n^2a^2 + 4n^2b^2 = (ma - 2nb)^2 + 2(mb + na)^2$.

6. УСЛОВИЕ

Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD . Докажите, что если $\angle A = \angle D$, то диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны.

Доказательство. Пусть K – точка пересечения серединных перпендикуляров. Тогда $AK = KB$, $CK = KD$ и $\angle KBA = \angle BAK = \angle KDC = \angle KCD$. Отсюда следует, что $\angle AKB = \angle CKD$, значит $\angle AKC = \angle BKD$. Но тогда треугольники AKC и BKD равны (по двум сторонам и углу между ними).

