

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2019– 2020 учебный год
Математика
9 класс
МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

9.1. Известно, что $a + b + c < 0$ и что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет действительных корней. Определить знак коэффициента c .

Ответ: $c < 0$.

Решение. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ не имеет действительных корней, значит, он сохраняет один и тот же знак для всех значений аргумента x . Так как $f(1) = a + b + c < 0$, то $f(0) = c < 0$.

9.2. Маленькие детки кушали конфетки. Каждый съел на 11 конфет меньше, чем все остальные вместе, но всё же больше одной конфеты. Сколько всего конфет было съедено?

Ответ: 33 конфеты.

Решение: Обозначим через S общее число конфет, которые съели дети. Если один из детей съел a конфет, то по условию все остальные съели $a + 11$ конфет, и тем самым все вместе съели $S = a + (a + 11) = 2a + 11$ конфет. Такое рассуждение справедливо для каждого ребенка, поэтому все дети съели одно и то же количество конфет: по $a = (S - 11) / 2$ штук.

Обозначим теперь через N число детей. Тогда условие записывается как $a = a \cdot (N - 1) - 11$, откуда $11 = a \cdot (N - 2)$. Число 11 простое, поэтому один из сомножителей равен 1, а другой 11. Но по условию $a > 1$, поэтому $a = 11$, $N - 2 = 1$. Тем самым $N = 3$, и была съедено $S = a \cdot N = 33$ конфеты.

9.3. Окружность радиуса R касается основания AC равнобедренного треугольника ABC в его середине и пересекает сторону AB в точках P и Q , а сторону CB в точках S и T . Окружности, описанные около треугольников SQB и PTB , пересекаются в точках B и X . Найдите расстояние от точки X до основания треугольника ABC .



