

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

10 класс

1. Первая и вторая цифры двузначного числа N являются первым и вторым членом некоторой геометрической прогрессии, а само число N втрое больше третьего члена той же прогрессии. Найдите все такие числа N .
2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в двух точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс в точке с координатой x_0 . Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_0}$.
3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K , для которой $CK=BC$. Отрезок CK пересекает биссектрису AL в ее середине. Найдите углы треугольника ABC .
4. Ненулевые числа a и b таковы, что уравнение $a(x-a)^2 + b(x-b)^2 = 0$ имеет единственное решение. Докажите, что $|a| = |b|$.
5. Какое наибольшее количество белых и черных ладей можно расставить на шахматной доске так, чтобы любая белая ладья не била никакую ладью по горизонтали, а любая черная ладья не била никакую ладью по вертикали?