

Всероссийская олимпиада школьников 2019/2020 уч. г.
Муниципальный этап
Математика
10 класс

Общее время выполнения работы – 4 часа 00 мин.

Максимальная сумма баллов 35.

Во время Олимпиады участники не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой. При установлении факта нарушения участником Олимпиады Порядка или использования во время тура запрещенных источников информации решением Оргкомитета такой участник лишается возможности дальнейшего участия в Олимпиаде.

Задание 10.1

Может ли объединение двух треугольников оказаться 13-угольником?

Количество баллов 7

Задание 10.2

Функция $f(x)$ определена для всех действительных чисел, причем для любого x выполняются равенства $f(x + 3) = f(3 - x)$ и $f(x + 11) = f(11 - x)$. Докажите, что $f(x)$ периодическая функция.

Количество баллов 7

Задание 10.3

Дан прямоугольник $ABCD$. Через точку B провели две перпендикулярные прямые. Первая прямая пересекает сторону AD в точке K , а вторая продолжение стороны CD в точке L . Пусть F – точка пересечения KL и AC . Докажите, что $BF \perp KL$.

Количество баллов 7

Задание 10.4

Последовательность чисел $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{3a_n}{4} + \frac{1}{a_n}$ ($n \geq 1$)

Докажите, что а) последовательность $\{a_n\}$ ограничена; б) $|a_{1000} - 2| < 2^{-1000}$.

Количество баллов 7

Задание 10.5

Поле представляет собой клетчатый квадрат 41×41 , в одной из клеток которого замаскирован танк. Истребитель за один выстрел обстреливает одну клетку. Если произошло попадание, танк переползает на соседнюю по стороне клетку поля, если нет – остаётся на месте. При этом после выстрела пилот истребителя не знает, произошло ли попадание. Для уничтожения танка надо попасть в него два раза. Каким наименьшим числом выстрелов можно обойтись для того, чтобы гарантировать, что танк уничтожен?

Количество баллов 7