

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике! Выполняя задания, не спешите, так как ответы не всегда очевидны и требуют применения не только математических знаний, но и общей эрудиции, логики и творческого подхода. Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.

На выполнение заданий отводится 4 часа.

Успеха Вам в работе!

1. Положительные числа x , y и z удовлетворяют неравенству $xyz \geq xy + yz + zx$. Докажите неравенство $\sqrt{xyz} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$.
2. Биссектрисы AM и CN треугольника ABC пересекаются в точке L . Площади треугольника ALC и четырёхугольника $MLNB$ равны. Докажите, что длины сторон треугольника ABC образуют геометрическую прогрессию.
3. Дан клетчатый прямоугольник размером 1×60 . Сколькими способами его можно разрезать на клетчатые прямоугольники размера 1×3 и 1×4 ?
4. На доске написаны 2010 отличных от нуля чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2010}$ и произведения всех пар соседних чисел: $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, \dots, a_{2009} \cdot a_{2010}$. Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди 4019 чисел?
5. Вася придумал новый корабль для морского боя – «боевой бублик». Этот корабль состоит из всех клеток квадрата 3×3 , кроме его центральной клетки. На поле 8×8 разместили один боевой бублик. Какое минимальное число выстрелов нужно сделать, чтобы гарантированно его ранить?