

10 класс

10.1. Учительница начертила график функции $y = \frac{k}{x}$ и три прямые, с угловым коэффициентом k (k не равен нулю). Петя выписал абсциссы всех шести точек пересечения и перемножил их. Докажите, что результат не зависит от выбора числа k .

10.2. Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B . Из точки M проведены касательные к этим окружностям, отрезки которых до точки касания оказались равными. Докажите, что точка M лежит на прямой AB .

10.3. Все точки окружности окрашены в два цвета. Докажите, что найдется бесконечно много равнобедренных треугольников, вписанных в эту окружность, вершины которых окрашены в один цвет.

10.4. По дорожке бассейна плавают с постоянными неодинаковыми скоростями два спортсмена. Встретившись в какой-то момент первый раз в точке C , они разворачиваются, доплывают каждый до своего конца дорожки, сразу же плывут обратно, второй раз встречаются в точке D , и так далее. Где произойдет их 20-я встреча?

10.5. В однокруговом волейбольном турнире участвовали n команд. Докажите, что по результатам турнира можно составить список команд так, что каждая команда выиграла у команды, непосредственно следующей за ней по списку.