

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
2019/20 учебный год
10 класс**

Дорогой друг! Желаем успеха!

Инструкция для учащихся

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!

Задания (максимальный балл за всю работу – 42)

1. Существует ли такое x , что значения выражений $x + \sqrt{2}$ и $x^3 + \sqrt{2}$ – рациональные числа?
2. Найдите все такие пары $(a; b)$ действительных чисел a и b , что уравнения $x^2 + ax + b^2 = 0$ и $x^2 + bx + a^2 = 0$ имеют по крайней мере один общий корень.
3. В плоскости расположены n одинаковых зубчатых колёс так, что первое сцеплено зубцами со вторым, второе – с третьим и так далее, наконец, последнее n -е колесо сцеплено с первым. Могут ли вращаться колёса такой системы?
4. В единичный квадрат бросили 51 точку. Доказать, что некоторые три из них обязательно лежат внутри круга радиуса $1/7$.
5. В окружность вписан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . На большем катете BC взята точка D так, что $AC = BD$, а точка E – середина дуги AB , содержащей точку C . Найдите угол DEC .
6. У Васи есть три банки с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из 10 досок, так,

чтобы любые две соседние доски были разных цветов и при этом он использовал краски всех трёх цветов? Ответ обоснуйте.