

;

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап 2019–2020 уч. г.
11 класс

- 11.1.** Решите уравнение $2 \sin^2 x + 1 = \cos(\sqrt{2}x)$.
- 11.2.** Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = a$ и $CB = b$. Найдите **а)** сторону квадрата с вершиной C наибольшей площади, целиком лежащего в треугольнике ABC ; **б)** размеры прямоугольника с вершиной C наибольшей площади, целиком лежащего в треугольнике ABC .
- 11.3.** Последовательность a_n задается соотношениями $a_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{a_n^2}{2}$; $a_1 = \frac{1}{2}$. Докажите, что a_n монотонно возрастает и $a_n < 2$ при всех n .
- 11.4.** На координатной плоскости рассматривается семейство всех концентрических окружностей с центром в точке $M(\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Докажите, что существует окружность этого семейства, внутри которой (т.е. внутри круга) ровно 2019 точек с целыми координатами.
- 11.5.** Сколько решений в целых числах x, y имеет уравнение $6x^2 + 2xy + y + x = 2019$?