

Условия и решения задач

(районная математическая олимпиада 2019 г.)

11 класс

1. Готовясь к празднику Нового Года, родители (отец и мать) Ивановы, Петровы и Сидоровы купили для своих детей недорогие подарки. Каждый из родителей приобрел столько одинаковых подарков, сколько уплатил рублей за отдельный подарок, каждая мать потратила на 75 рублей больше, чем отец. Анна Семеновна купила на 1 подарок больше, чем Иванов, Валентина Петровна на 1 подарок меньше, чем Петров. Как фамилия Галины Ермолаевны?

2. Найдите наибольшее значение параметра a , для которого выполняется неравенство $x^2 \geq a[x]\{x\}$.

3. Каково должно быть k для, того, чтобы неравенство

$$\left| \frac{x^2 - kx + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

справедливо при любом значении x ?

4. В равностороннем треугольнике со стороной a вписана окружность. Из вершины треугольника радиусом $0,5a$ проведена вторая окружность. Найдите площадь, заключенную между этими окружностями.

5. В прямой круговой конус с углом при вершине 60° и радиусом основания l вписан шар. Над этим шаром расположен второй шар, который касается боковой поверхности конуса и первого шара. Найдите радиус второго шара.