

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2019 – 2020 учебный год
Математика

11 класс

Максимальная оценка – 35 баллов

Время выполнения заданий 4 часа (240 минут)

11.1. Постройте график функции $y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3}$.

11.2. Числа x и y удовлетворяют неравенству $x > y > \frac{3}{x-y}$. Докажите, что $x^2 > y^2 + 6$.

11.3. Пирамида Хеопса имеет в основании квадрат, а ее боковые грани — равные равнобедренные треугольники. Может ли угол грани при вершине пирамиды быть равным 95° ?

11.4. Докажите, что $n^2 + n + 1$ при любом натуральном n :

а) есть число нечетное;

б) не является квадратом никакого другого натурального числа.

11.5. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к двум из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что сделав не более 30 таких ходов, всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули?